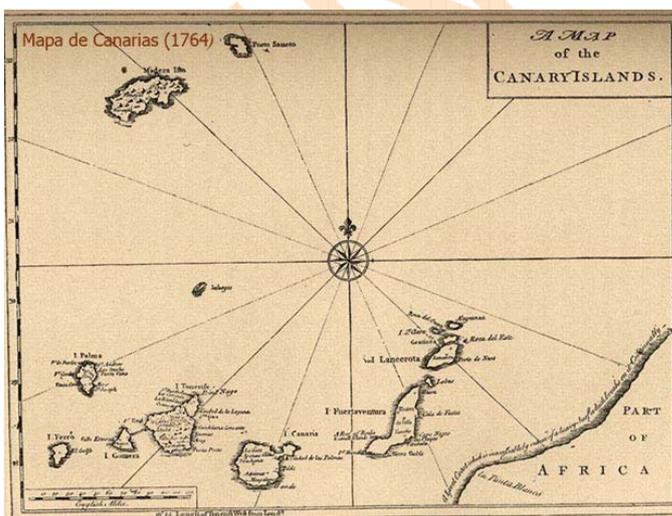


La medición histórica del Teide

“El Pico, el Pico!” Rápidamente nos frotamos los ojos, aún adormilados, y subimos a cubierta. Efectivamente, allí estaba la codiciada montaña, cuyos perfiles se acusaban vivamente a nuestra vista. La grandiosa pirámide, de regulares contornos, dibujábase clara y rotundamente, destacando su tono gris plateado sobre la bóveda celeste...

Ernst Haeckel. “Una ascensión al Pico del Teide” (1867).

El Teide, por su gran altura y posición estratégica, probablemente sirvió de referencia a los primeros marinos que se aventuraron en el atlántico. Desde el siglo I a.n.e. hay restos que atestiguan la llegada de diferentes pueblos a nuestras islas. Con el tiempo, su imponente figura emergiendo sobre las aguas del océano fue objeto de muchos mitos. Hasta el s. XVIII se le consideró la montaña más alta del mundo pero ya desde finales del XVII algunos viajeros observaron que otras cumbres tenían mayor elevación. Louis Feuillée escribe en su diario que la cordillera de Santa Marta, en el nuevo mundo, se divisaba desde el mar a mayor distancia que el Pico Teide. Este fraile francés vino a Canarias en 1724 por encargo de la Academia de Ciencias de París. Su misión tenía, entre otros objetivos, la medición de la altura del Teide. Fue la primera vez que se utilizaron métodos científicos para hallar su altitud, por lo que este viaje es considerado la primera expedición científica al archipiélago. Sin embargo los cálculos trigonométricos de Feuillée dieron un resultado no demasiado exacto, unos 4.313 m.



Conocer la altura del Teide era importante en aquella época para la navegación. Con este dato y las coordenadas geográficas del Teide, cualquier barco que lo divisase podría calcular su propia posición y corregir el rumbo, si fuera necesario. En el s. XVIII los viajes de Europa a América y al Pacífico bordeando la costa africana, y todos ellos pasando por Canarias, suponían un gran riesgo. Se navegaba sin conocer la situación exacta al no contarse

con un buen método para determinar la longitud a bordo, ni tampoco con mapas fiables. Todos estos problemas se abordan con empeño en este siglo, sobre todo por los gobiernos de Francia e Inglaterra, las potencias más poderosas del momento.

Tras la medición de Feuillée, en los siguientes años se proponen nuevas estimaciones poco fiables, hasta la obtenida por el caballero francés Jean Charles Borda. Este

marino, ingeniero y científico francés, viene a Tenerife dos veces. En su segunda expedición, en 1776, obtiene un resultado de 3713 m para la elevación del Pico. Éste es el primer cálculo exacto del mismo.

Contexto histórico:

El siglo XVIII viene marcado en Europa por la Ilustración. Este movimiento ideológico profesa la creencia en la razón humana como instrumento para combatir la ignorancia, la superstición y la tiranía, y pretende construir un mundo mejor, de orden y progreso, que haga al ser humano más feliz. Dos grandes acontecimientos históricos de este periodo son la Revolución Industrial iniciada en Inglaterra a mediados de siglo y la Revolución Francesa de 1789.

Este espíritu ilustrado hace posible cambios teóricos sustanciales, como el relativo a la edad de la Tierra. Hasta entonces el cálculo de su antigüedad se fundaba en los relatos bíblicos. El arzobispo irlandés Ussher, en 1658, publicó un estudio según el cual la creación de la Tierra se había producido *al anochecer del sábado 22 de octubre del 4004 a.C.* El progreso de las investigaciones sobre el suelo estratificado y los fósiles proporcionó nuevas fuentes para medir la edad de la Tierra. La fecha de su creación pasa de ser un asunto religioso a formar parte de los problemas de la comunidad científica. En 1774, el conde de Buffon, naturalista francés, mediante un experimento de laboratorio, calcula que la Tierra tiene al menos 75.000 años.

Los avances científicos y tecnológicos, el auge del comercio y los intereses de los grandes estados europeos propician los viajes hacia las nuevas tierras. En las expediciones a América, Canarias era el último contacto con el viejo mundo, siendo el puerto de Santa Cruz de Tenerife el principal punto de aprovisionamiento de las naves. Los científicos de estas expediciones encontraron en el archipiélago un lugar de estudio singular por su naturaleza volcánica, su vegetación y su orografía. Venían cargados de instrumentos: anteojos, brújulas, semicírculos, cronómetros, sextantes, barómetros; otros los construían ellos mismos al llegar porque, a decir verdad, en las islas había poco conocimiento de estos aparatos.

Por aquella época del setecientos, la mayoría de la población canaria era campesina con unas condiciones de vida bastante precarias. En momentos críticos, como el producido por el desvío hacia Portugal del mercado vinícola inglés o las hambrunas debidas a la sequía, no había más salida que la emigración. Los órganos de gobierno estaban en manos de una minoría formada por nobles terratenientes y burgueses comerciantes. Los primeros eran los descendientes de los conquistadores entre quienes se habían repartido las tierras y el agua de las islas. Los segundos, casi todos extranjeros, llegaron atraídos por el tráfico



de barcos con sus mercancías exóticas. Este modelo de sociedad no impide, sin embargo, la entrada de las ideas ilustradas. Son nobles, burgueses y clérigos quienes impulsan este movimiento, creándose sociedades, como la Económica, y tertulias, como la de Nava. Fruto de su influencia es la demanda a la Corona para establecer una Universidad en La Laguna, por entonces capital de la isla.

Medición de la altura del Teide de Jean Charles Borda:

Jean Charles Borda, miembro de la Academia de las Ciencias de París, viene a Canarias dos veces y en ambas ocasiones realiza mediciones del Teide. La primera, en 1771, resulta infructuosa ya que, de vuelta a Francia, se da cuenta de un error en la toma de datos. Su espíritu científico le hace poner todo su empeño para volver y lo consigue en 1776. Esta segunda expedición se organiza para verificar la precisión de ciertos cronómetros (necesarios para conocer la longitud en las travesías marinas), medir el Teide y cartografiar las Islas y la costa africana próxima. Dedicaremos las siguientes páginas a la medición trigonométrica que hizo en este viaje.



Las matemáticas en los cálculos de Borda

¿Cómo medir la altura de una montaña?

Matemáticamente se puede calcular la altura (h) de un punto (P) construyendo un triángulo rectángulo (ver figura 1). Si en este triángulo se conocen dos elementos independientes, se puede resolver el triángulo. Por ejemplo, sabiendo el ángulo de elevación de P en relación a A y la distancia AP , se obtiene la altura h , sin más que aplicar la definición de seno de un ángulo ($\text{sen}A = \frac{h}{AP}$).

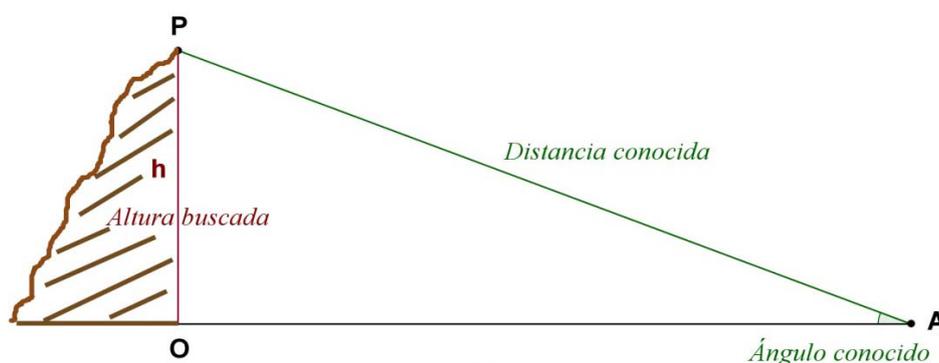


Figura 1

Este planteamiento tan sencillo, de figuras ideales, se complica mucho cuando lo trasladamos a la realidad. En el caso de la altura del Teide, medir el ángulo de elevación en cualquier punto (A) desde el que se divisase el Pico, era posible con los

instrumentos de medida de ángulos, bastante precisos, traídos por Borda. El problema estaba en la distancia desde el punto elegido hasta el Pico (distancia AP) ya que medir esta longitud experimentalmente era imposible.

Para salvar este tipo de dificultades, los científicos recurrían a las triangulaciones sobre el terreno. Si no se podía medir AP, se buscaba un punto auxiliar X, visible y accesible, tal que la distancia AX sí fuese medible de forma empírica. Entonces trazando el triángulo AXP y midiendo AX y dos de los ángulos del triángulo, las relaciones trigonométricas les daban la longitud AP.

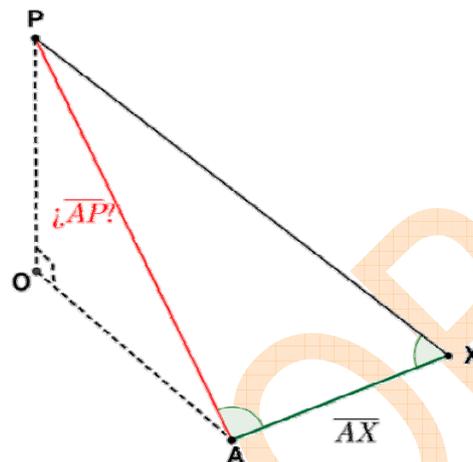


Figura 2

¿Cómo adaptó Borda estos conocimientos a su medición de la altura del Teide?

La idea inicial pudo haber sido trazar un triángulo rectángulo como el de la figura 1, con vértice P, el pico del Teide y vértice A, un punto al nivel del mar, en la costa (ver ilustración 1). Para obtener la hipotenusa AP, se buscaría otro triángulo sobre el terreno, eligiendo el punto X convenientemente (ver figura 2). Pero, como él mismo escribe:

“Siendo desigual y cortado por quiebras el terreno en torno del Puerto de la Orotava, no nos fue posible encontrar allí una base bastante grande para determinar la distancia del Pico mediante un solo triángulo...”



Círculo de reflexión de Borda

Efectivamente, para obtener una distancia como AP, se necesita un triángulo auxiliar de base AX lo suficientemente grande como para no acumular demasiados errores en los cálculos.

Borda, en lugar de un solo triángulo AOP, utiliza dos triángulos para calcular la altura, y tres para las hipotenusas de esos dos triángulos. Así consigue minimizar los errores de las medidas. Para los ángulos emplea el cuarto de círculo de

Ramsden y el círculo de reflexión que lleva su nombre. La medición longitudinal la efectúa con tres pértigas de 15 pies (4,87 m aproximadamente) de largo cada una. Obtiene 3.713 m para la altura del Teide. Hoy, mediante el GPS, se estima la altura en 3.718 m.

Los puntos de Borda en el valle de La Orotava

Borda toma como punto base A, la casa de Cologan en el Puerto de la Cruz y emplea dos triángulos rectángulos verticales para calcular la altura del Teide respecto a este punto:

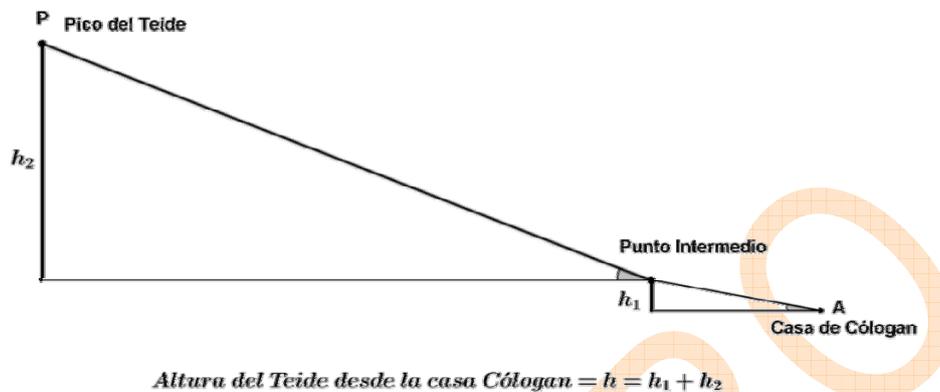


Figura 3

Además, hace dos medidas de esta altura. Una, tomando como punto intermedio la Montañeta del Puerto (montañeta del Taoro en el Puerto de la Cruz); la otra, tomando como punto intermedio el Jardín de Franchy en La Orotava (cerca del módulo de la Medición Histórica del Teide). Con estas dos aproximaciones, Borda hace una media, y luego calcula la altura desde el nivel del mar hasta la casa Cologan. Después de unas rectificaciones por la refracción, obtiene los 3.713 m.

Hasta ahora, hemos nombrado tres puntos en el valle de La Orotava: la casa de Cologan, la montañeta del Puerto y el jardín de Franchy. Borda, además, fija otro punto necesario, como veremos, para conocer las hipotenusas de los triángulos que dan la altura. Este punto estaba situado en el Puerto de la Cruz, cerca del lugar en que más tarde se ubicaría el Jardín de Aclimatación (Jardín Botánico).

En resumen, los cinco puntos que aparecen en la medición de Borda son:

Casa de Cologan	Punto A
Jardín de Aclimatación	Punto B
Montañeta del Puerto	Punto C
Jardín de Franchy	Punto D
Pico del Teide	Punto P

(Ver la ilustración 2)

Con estos puntos Borda:

Calcula las hipotenusas de los triángulos rectángulos.

Mide los ángulos de elevación.

Hace los cálculos matemáticos para obtener la altura.

El cálculo de la altura del Teide

Los documentos originales de Borda no se conservan pero Humboldt sí tuvo acceso a un manuscrito en el que detallaba las operaciones que realizó para medir el Teide. Siguiendo las indicaciones que aparecen en el texto de Humboldt¹, veamos cómo calculó Borda la altura del Teide en relación a la casa de Cologan, usando como punto intermedio el jardín de Franchy.

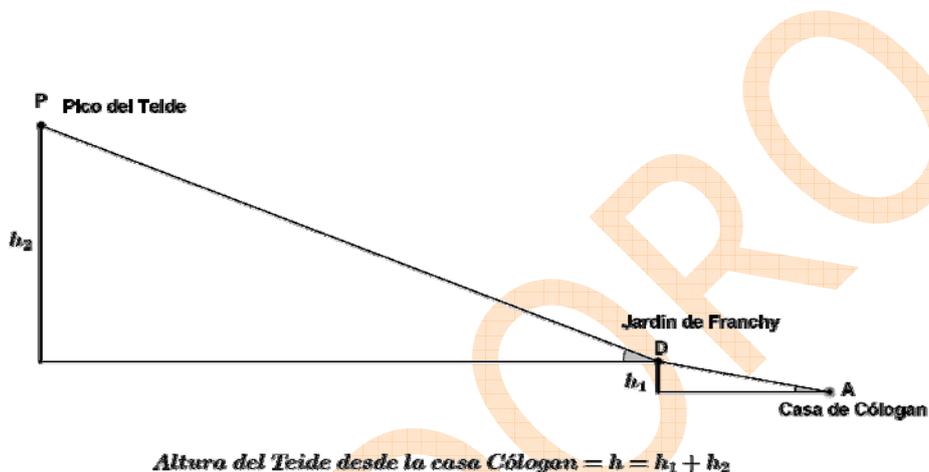


Figura 4

1. *Altura del jardín de Franchy en relación a la casa de Cologan*

Empecemos por calcular la altura h_1 .

Nos situamos en la casa de Cologan y miramos hacia el jardín de Franchy. ¿A qué altura, h_1 , está?

Si trazamos el primer triángulo rectángulo de la figura 4, podemos calcular la altura con el ángulo de elevación desde A y la hipotenusa AD.

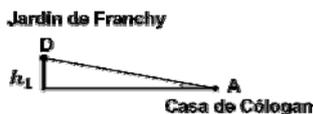


Figura 4.1

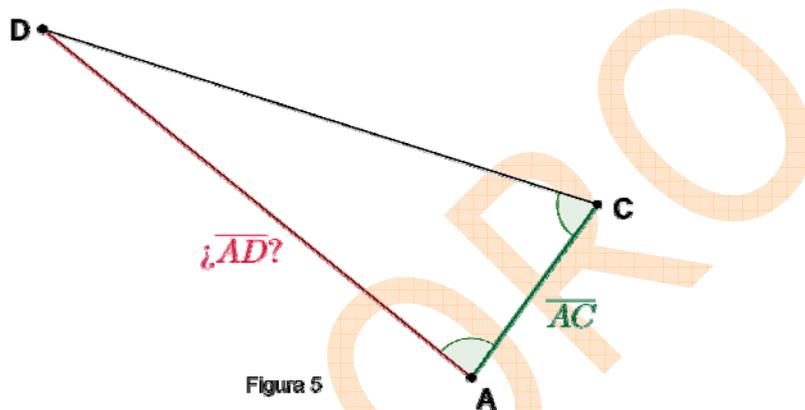
El ángulo de elevación en A lo obtiene Borda midiendo con los instrumentos de que disponía. Pero ¿cómo medir la distancia AD?

¹ Alexander von Humboldt, 'Permanencia en Tenerife', ediciones Idea, 2005, cap III.

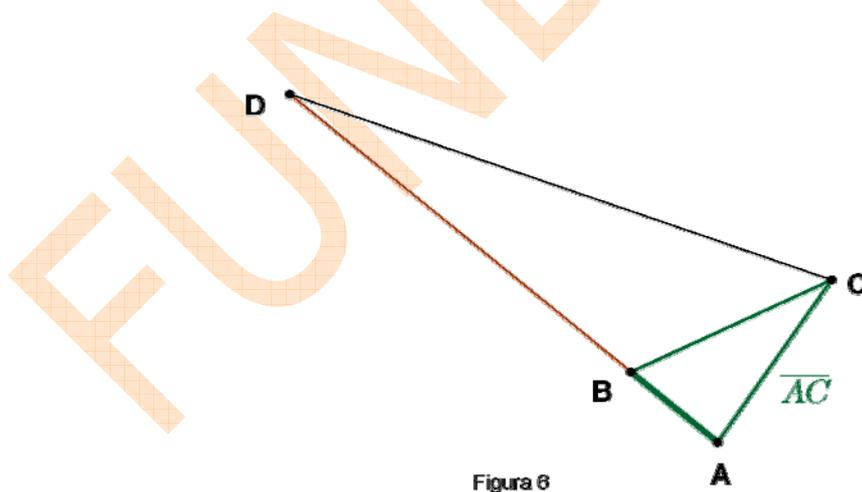
Medida de la distancia AD

Desde la casa de Cologan (A) hasta el jardín de Franchy (D) el terreno es bastante irregular y demasiado largo. No podemos medir la distancia experimentalmente. Acudimos, entonces, a las triangulaciones ya comentadas.

Para calcular la hipotenusa AD de la figura 4.1, Borda toma el punto C, la montañaña del Puerto, y traza el triángulo ADC, con base AC. Es un triángulo sobre el terreno, de vértices accesibles y visibles. Puede medir sus ángulos. Sin embargo, la base sigue siendo demasiado grande para obtenerla empíricamente.



Borda vuelve a triangular eligiendo un punto B, cerca del Jardín Botánico y trazando el triángulo ABC con base AB (ver ilustración 4)².



² Los puntos a, b y d están a distinta altitud y entre los ángulos CAD y CAB hay una diferencia de 4' 45". Sin embargo, hemos optado por dibujarlos en el mismo segmento para que coincida con la ilustración de Humboldt reproducida en el módulo "Medición histórica del Teide". El dibujo de Humboldt (ilustración 5) aparece en 'Voyage aux régions équinoxiales du Nouveau Continent. Tome Premier' de Aimé Bonpland y Alexander von Humboldt, 1814.

En éste sí mide los aproximadamente 447 metros de la base (AB), con las pértigas de 15 pies. De hecho, es la única medida longitudinal real que hace; las demás las obtiene mediante cálculos matemáticos.

“Nuestra base fue medida por dos diferentes secciones de operadores: la primera halló 1.377 pies seis pulgadas; la segunda, 1.377 pies tres pulgadas seis líneas” (ver ilustración 3)

Las relaciones trigonométricas le permiten obtener la longitud AC, después de determinar la amplitud de los ángulos con los círculos.

En el triángulo ADC, con la longitud AC y las medidas de los ángulos, calcula la longitud AD, de 8.647pies 3 pulgadas (aproximadamente 2.808 metros).

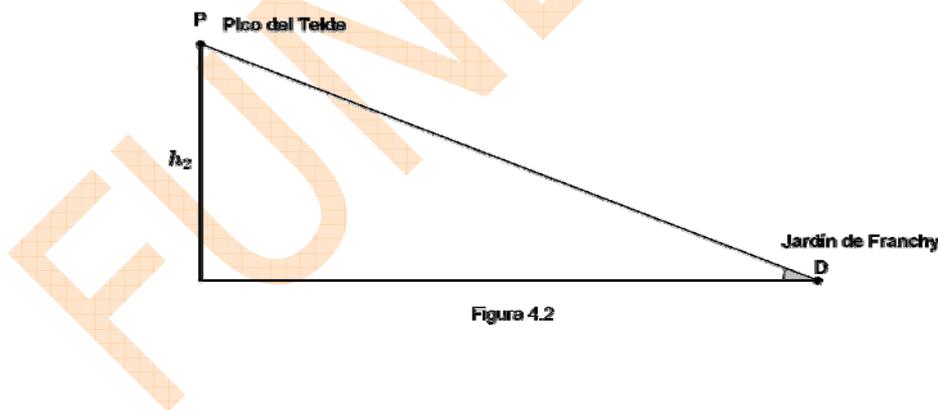
Por fin, en la figura 4.1, ya se tiene la hipotenusa AD. Con ésta y el ángulo de elevación desde A, la altura h_1 que obtiene nuestro geómetra es 733 pies 6 pulgadas (aproximadamente 238 metros).

2. Altura del pico del Teide en relación al jardín de Franchy

Calculamos la altura h_2 .

Estamos en el jardín de Franchy y miramos hacia el pico del Teide. ¿A qué altura, h_2 , está?

El planteamiento para calcular h_2 es el mismo utilizado para obtener h_1 .



El ángulo de elevación desde D, se mide con los instrumentos adecuados. Para hallar la hipotenusa DP, se sigue triangulando el terreno: sobre la base CD de la figura 6, se traza el triángulo CDP (ver ilustraciones 4 y 5).

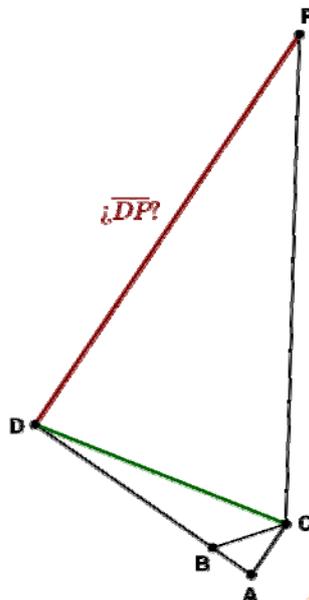


Figura 7

Como ya se conoce CD, midiendo la amplitud de los ángulos PDC y PCD, se calcula DP.

La altura h_2 obtenida es 10.423 pies 2 pulgadas (aproximadamente 3.385 metros).

Entonces, la altura del Teide desde la casa de Cologan es

$$H = h_1 + h_2 = 11.156 \text{ pies } 8 \text{ pulgadas}$$

Teniendo en cuenta que esta cifra se obtiene partiendo de mediciones reales, Borda hace otra aproximación de la altura desde la casa de Cologan, tomando como punto intermedio la montañeta del Puerto (punto C) en lugar del jardín de Franchy. Obtiene 11.163 pies 6 pulgadas.

Entre ambos resultados hay una diferencia. Borda toma como altura, la media de estas dos medidas, rectificadas, como hemos dicho, por la refracción de la luz: 11.146,3 pies.

3. *Altura de la casa de Cologan respecto del nivel del mar*

Por último, es necesaria la elevación de la casa de Cologan (punto A) respecto del nivel del mar. Esto lo hace Borda midiendo los ángulos de depresión del horizonte en la casa de Cologan y en el jardín de Franchy.

En la figura 8, si x es la altura a calcular y α el ángulo de depresión medido, el coseno de α proporciona una ecuación en x y r (radio de la Tierra):

$$\cos \alpha = \frac{r}{r + x}$$

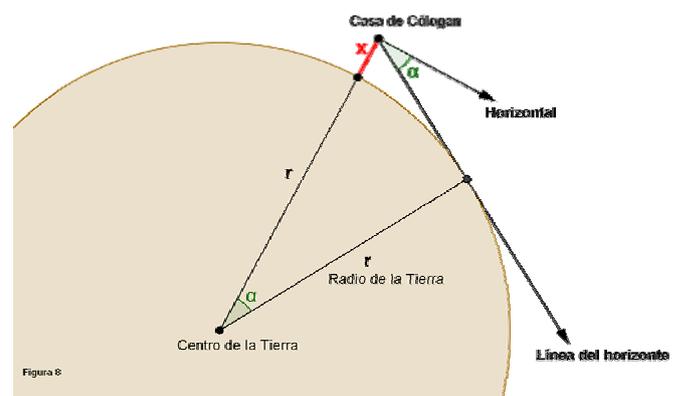


Figura 8

Borda no usa el radio de la Tierra sino que busca otra ecuación similar, tomando el ángulo de depresión desde el jardín de Franchy. Obtiene así que x es 283,6 pies (altura de la casa de Cologan sobre el nivel del mar).

Por tanto,

Altura del Teide = $11.146,3 + 283,6 \approx 11.430$ pies ≈ 1.905 toesas ≈ 3.713 metros

Medida actual del Teide:

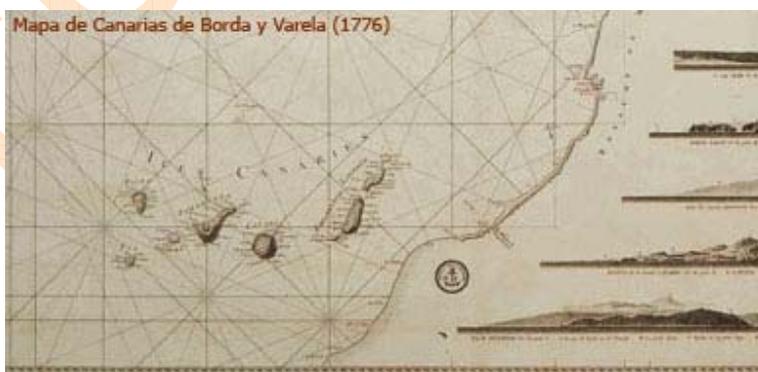
El método más preciso utilizado actualmente para conocer la altitud de cualquier punto terrestre, así como su posición, se basa en la transmisión de señales por satélite. Aunque hay otros sistemas alternativos, algunos en construcción, el inicial y más extendido es el sistema de posicionamiento global o GPS, de origen estadounidense.



La idea del GPS es calcular las distancias entre el punto del que se desea conocer la posición o altitud y un conjunto de satélites, e intersectar las esferas de centro los satélites y radio las distancias al punto. Para obtener las medidas se utilizan señales de radio de alta frecuencia, relojes de extremada precisión y sistemas informáticos de última tecnología. Los resultados son inmediatos y se pueden precisar con errores, como mucho, de centímetros.

Mejoras en la navegación:

El equipo de Borda cumplió uno de los objetivos principales de la expedición, la elaboración de un buen mapa de Canarias. En el trazado, la exactitud de la medida de la altura del Teide fue fundamental. A partir de ella, determinaron la posición geográfica del Teide y la del conjunto de puntos con los que confeccionaron el mapa.



También prepararon una tabla para que, desde el mar, los navegantes pudieran saber su posición con cierta precisión. Midiendo el ángulo con el que veían el Pico, la tabla les daba la distancia al volcán y así podían estimar el punto en que se encontraba el barco.

<i>Hauteurs apparentes du Pic de Ténériffe.</i>		<i>Distances du Pic en minutes de degré terrestre.</i>
0 ^d	0'.....	128' 56"
0.	30.	97. 52.
1.	0.	75. 32.
1.	30.....	60. 3.
2.	0.	49. 1.
2.	30.	41. 7.
3.	0.....	35. 16.
3.	30.	30. 47.
4.	0.	27. 16.
4.	30.....	24. 27.
5.	0	22. 8.

Financiado por la Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología
Ministerio de Economía y Competitividad



Matemáticamente se puede calcular la altura del Teide, conociendo el ángulo de elevación del pico desde el nivel del mar y uno de los lados NO o NP.



Ya que el punto O es inaccesible, sólo se podrá medir de forma experimental la distancia NP.

La maestría de Borda se muestra en su estrategia para medir esta longitud.

Ilustración 1

Los cinco puntos utilizados por Jean Charles Borda en 1776 para la medición de la altura del Teide.



Ilustración 2

**Ilustración de la medición de la altitud del Teide de Jean Charles Borda en 1776,
atribuida a Pierre Ozanne.
(Colección del Museo de Borda, Dax, Landas)**



Ilustración 3

Los triángulos de Jean Charles Borda para calcular las distancias AD, DP y AC, CP utilizadas para la medición de la altura del Teide.



Ilustración 4

Ilustración que aparece en el libro II de Humboldt y Bonpland, 'Voyage aux régions équinoxiales du Nouveau Continent. Tome Premier' de 1814, sobre la triangulación de Borda.

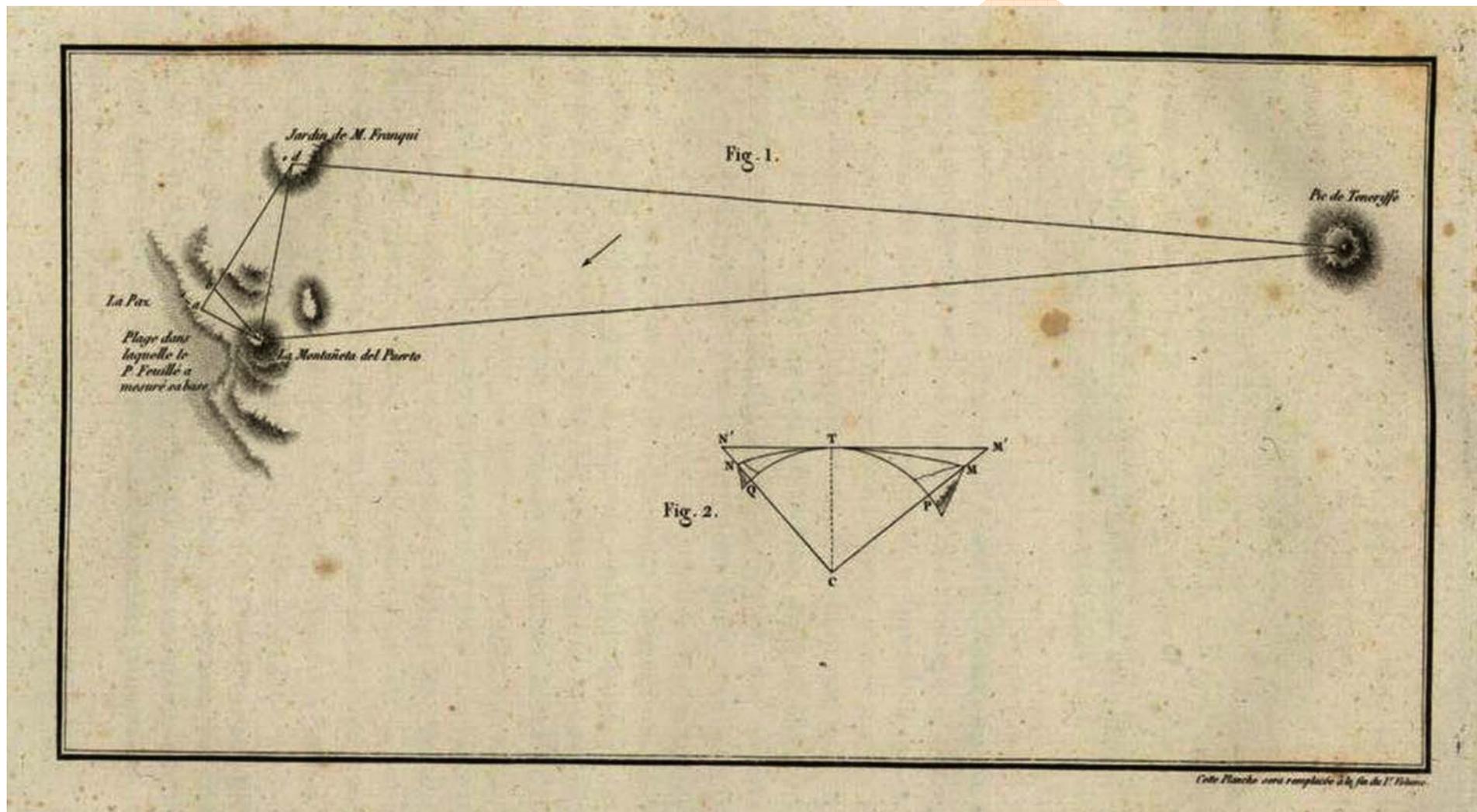


Ilustración 5