

LAS MATEMÁTICAS ÁRABES Y SU PAPEL EN EL DESARROLLO DE LA TRADICIÓN CIENTÍFICA EUROPEA

Ahmed Djebbar
Universidad de París

INTRODUCCIÓN

La aportación de la ciencia árabe al desarrollo de las actividades científicas en Europa es un hecho conocido hace siglos, sobre todo porque los mismos científicos medievales no dejaron de referirse en sus escritos a las fuentes de que provenían. Pero cuando se trata de precisar el contenido de esa aportación, estimar su importancia cualitativa y describir las distintas vías por las que ha circulado de Este a Oeste y de Sur a Norte, surgen numerosas dificultades, a causa de la escasez de testimonios y la pobreza de investigaciones sobre el tema.

Es conocido asimismo que España jugó un papel decisivo en la circulación de los escritos, ideas y manuales del espacio cultural árabe-musulmán hacia los centros científicos del resto de Europa, y en especial, hacia los de la costa norte mediterránea. Pero también ahí se encuentra serias dificultades cuando queremos estudiar ciertos aspectos de esta aportación, y en concreto, el papel preciso que jugó, desde el siglo X, la producción de los centros científicos hispanos en la lenta circulación de las ideas y herramientas matemáticas más allá de los Pirineos.

En este breve estudio intentaremos hacer hincapié en los resultados de las investigaciones de las últimas décadas sobre la circulación del patrimonio



matemático griego, hindú y árabe, hacia la España medieval primero y luego hacia el norte. Privilegiando las informaciones extraídas de los textos de los propios matemáticos describiremos en la primera parte las grandes orientaciones de la matemática árabe, precisando el contenido de sus respectivas temáticas y lo que pudo circular por diversos canales. En la segunda parte nos ocuparemos específicamente de la tradición científica en la España medieval, en tanto que tradición fecunda y relé en la difusión de los escritos matemáticos accesibles en esa época.

Antes de ello es necesario hacer algunas puntualizaciones importantes sobre el fenómeno de la difusión de las ciencias griega, hindú y árabe, concernientes al contenido de lo que realmente circuló en forma de obras o de nociones científicas, así como a la manera en que se produjo esa circulación, al menos a partir del siglo X, primero de Este a Oeste, luego de Sur a Norte.

Hay que precisar que la expresión “transmisión”, usada constantemente, incluso por los historiadores de la ciencia, para hablar de la circulación de las matemáticas árabes, esencialmente a partir de España, el Magreb y Sicilia, no es una expresión adecuada. En realidad, nunca hubo “transmisión” en el sentido de que científicos del área cultural arábigo-musulmana hubieran difundido deliberadamente obras matemáticas o europeas hacia foros europeos. Fuera de algunas iniciativas aisladas (como la ayuda prestada por ciertos mozárabes hispanos a traductores latinos que no dominaban el árabe) prevaleció más bien la actitud contraria: no sólo no se pensaba en difundir hacia el norte lo producido en el sur, sino que se intentaba disuadir a quienes lo pretendían. Así pues, es mejor hablar de un fenómeno de apropiación, por parte de los europeos, de la ciencia greco-árabe medieval.

Además hay que insistir en el hecho de que debido a razones aún no completamente dilucidadas esta apropiación fue parcial, y demasiado selectiva en ciertas disciplinas. El carácter parcial de la circulación de escritos matemáticos y astronómicos puede explicarse, cuando se trata de obras orientales, por el simple hecho de que ni siquiera eran conocidos por los científicos hispanos y magrebíes. Podemos afirmar que es el caso de algunas obras de al-Biruni, al-Khayyam y al-Karaji. Pero en ocasiones la explicación radica en el elevado nivel científico de los textos y en la complejidad de su contenido, que exigía adquirir múltiples conocimientos todavía no disponibles en Europa al inicio del gran fenómeno de la traducción, a principios del siglo XII.

Por lo que concierne al carácter selectivo de las traducciones, no se refiere sino a un campo de las matemáticas, el que trata de las herencias, que representa un capítulo importante cuantitativamente en la práctica matemática de los países islámicos. Por eso, a pesar del interés del último capítulo del famoso libro de álgebra de al-Kwarizmi, parece que no fue traducido al latín. La explicación más verosímil hay que buscarla en el carácter religioso de dicho capítulo, en el que se tratan problemas de donaciones según el Derecho musulmán.



LA PRODUCCIÓN MATEMÁTICA Y ASTRONÓMICA EN ORIENTE Y SU DIFUSIÓN EN EUROPA

A partir de su tradición científica local, y sobre todo a partir de las traducciones de obras matemáticas, especialmente griegas e hindúes, el Oriente Próximo vio nacer y desarrollarse, desde el siglo XI, un conjunto de actividades que contribuirían a asentar una tradición científica sólida con ciertas especificidades: asimilación crítica del legado clásico, yuxtaposición y síntesis de aportaciones científicas provenientes de diversas áreas culturales, lo que implicaba nuevas actitudes (como la inserción de procedimientos deductivos y algorítmicos en Matemáticas o avances teóricos y experimentales en Física), reescritura y desarrollo de ciertos temas clásicos, elaboración en cada disciplina de una terminología adecuada, establecimiento de nuevos conceptos, procedimientos y resultados, investigación de dominios hasta entonces inexplorados.

Respecto a los contenidos, y a pesar del carácter fragmentario de la documentación accesible y conocida, podemos fijar los elementos esenciales de esa tradición, que desde el siglo IX han sido la causa del desarrollo de nuevos foros científicos en la periferia del Imperio: Asia Central, el Magreb y al-Andalus.

El Álgebra

En Álgebra, tras la aparición del libro de al-Kwarizmi, el estudio de los primeros capítulos de la nueva disciplina (basada en antiguos algoritmos, probablemente de origen babilónico) permitirá abordar nuevos problemas y abrir camino a nuevas orientaciones. Primero se introdujeron los números reales positivos en las ecuaciones y resolución de sistemas por Abu Kamil († 930) y el uso por Sinan Ibn al-Fath (siglo X) de la noción de monomio de cualquier orden que permite generalizar las ecuaciones canónicas. Al-Karaji († 1029) y as-Samaw'al continuaron y desarrollaron esta tendencia elaborando los elementos de un álgebra de polinomios. Con este motivo se introdujo un primer simbolismo, el de los tableros, para efectuar operaciones con polinomios, tales como el producto, la división y la extracción de la raíz cuadrada. De modo paralelo, y tras algunos fracasos y tentativas parciales de matemáticos de los siglos IX y X, se llegó en el XI a la elaboración de una teoría geométrica de las ecuaciones cúbicas. Fue por obra de Omar Khayyam († 1139), luego mejorada por Sharaf ad-Din al-Tusi († 1213).

Sabemos que los libros de álgebra de al-Kwarizmi († 850) y de Abu Kamil llegaron bastante pronto a al-Andalus y que fueron ampliamente estudiados y comen-



tados. A partir del siglo XII fueron traducidos al latín y al hebreo, recibiendo nuevas redacciones. Ese fue también el caso de los manuales de mediciones que usaban algoritmos algebraicos y trataban problemas que se remontaban a la tradición oriental preislámica. Pero parece que sus usuarios europeos no esperaron a estas traducciones para iniciarse en esta ciencia, nueva para ellos. Elementos concordantes nos permiten afirmar que desde el siglo X, usuarios y eruditos hispanos, itálicos y de la Francia meridional, conocedores de la lengua árabe, accedieron parcialmente al contenido del álgebra árabe.

Los dos libros citados son los únicos textos de álgebra cuya transmisión podemos dar por segura. Respecto a los demás, y en especial los orientales de los siglos XI y XII, debemos contentarnos con algunas conjeturas. Ningún escrito científico occidental conocido cita las aportaciones matemáticas de dicho período. Respecto a Omar Khayyam y al-Tusi, la ausencia de un capítulo sobre las ecuaciones cúbicas en las obras occidentales conservadas, el silencio de los traductores europeos, y sobre todo, el impreciso testimonio de Ibn Jaldún, nos autoriza a decir que sus obras no llegaron al Occidente musulmán o bien no fueron objeto de enseñanza y estudio. Respecto a los matemáticos innovadores anteriores a Khayyam, aunque no fueran citados, encontramos algunas de sus contribuciones en el *Libro abreviado de álgebra* del andalusí Ibn Badr (siglo XII), en el *Libro de fundamentos y preliminares* del magrebí Ibn al-Banna († 1321) y en el *Libro de la succión del néctar* de al-Qatrawani (siglo XV). No parece que estas obras hayan sido conocidas por los matemáticos europeos.

La Teoría de números

En Teoría de números las investigaciones se orientaron en tres direcciones. La primera concierne a los números primos. Se inició con los estudios de Tabit Ibn Qurra († 901) sobre los números amigos. No se sabe cómo continuó, salvo que en el siglo XI, Ibn al-Haytham (muerto después de 1040) resolvió problemas de congruencia y que al-Farisi († 1321) logró nuevos resultados respecto a la descomposición de un número en factores primos.

La segunda dirección, sugerida por el estudio de la *Aritmética* de Diofanto (250 d.C.) traducida parcialmente por Qusta Ibn Luqa († 910), suscitó investigaciones sobre la resolución de sistemas de ecuaciones indeterminadas con soluciones enteras o racionales y sobre las tríadas pitagóricas.

La tercera dirección concierne al estudio de las series y de series finitas que aparecen en ciertos problemas de álgebra, de probable origen preislámico. Reencontramos estos problemas en el capítulo sobre el cálculo de superficies y volúmenes (por el método de exhaustión), cuyo origen se remonta a Arquímedes, y en el de los números figurados, cuyo estudio se reactivó gracias a la traducción de la *Introducción a la Aritmética* de Nicómaco (siglo II).



Sobre la primera tradición sólo se ha podido constatar en los textos de al-Andalus y el Magreb el tema de los números amigos. Al-Mutaman († 1085), matemático de Zaragoza, insertó en su tratado una nueva traducción del opúsculo de Tabit Ibn Qurra, y encontramos cálculos de parejas de números amigos en las obras de al-Hassar (siglo XII) y Ibn Muñim († 1228). Puesto que ninguno de los libros mencionados se tradujo al latín o al hebreo, no sabemos a través de qué canales circularon esos temas por Europa. La segunda tradición se halla presente en el Occidente musulmán en forma de problemas resueltos en obras de álgebra, pero no se menciona a Diofanto ni a los matemáticos árabes inspirados por él. En cuanto a la tercera tradición, se manifiesta en el capítulo de la ciencia del cálculo que trata problemas relativos a la suma y sabemos que su contenido circuló por Europa, bien fuera en escritos latinos y hebreos o en traducciones de textos árabes.

La Geometría

En Geometría se genera una primera tradición a partir de problemas de constructividad de puntos y figuras planas. Tras enfrentarse a menudo con construcciones irresolubles algunos matemáticos islámicos extendieron la noción de existencia geométrica o algebraica mediante la utilización sistemática de las secciones cónicas. Se realizaron estudios sobre las propiedades de tales curvas y sobre los mejores medios para engendrarlas. Ello permitió resolver, de nuevas y múltiples maneras, los problemas clásicos de la tradición griega: trisección del ángulo, duplicación del cubo, inscripción de polígonos regulares en el círculo. Más tarde, diferentes contribuciones favorecieron la elaboración de la teoría geométrica de las ecuaciones cúbicas.

Una segunda tradición se dedicó a los problemas de medida (superficies, volúmenes, momento de inercia), lo que permitió volver a obtener resultados perdidos de Arquímedes (como la determinación del área de una sección de parábola) y completar otros.

La tercera tradición, nacida de una lectura crítica de los *Elementos* de Euclides, permitirá extender las operaciones aritméticas a los irracionales positivos, elaborar nuevas reflexiones sobre los fundamentos de la Geometría (en particular, sobre el postulado de las paralelas) y redefinir el concepto de razón, lo que permitiría establecer la noción de número real positivo.

Paralelamente se desarrolló otro tipo de reflexión hasta el siglo XI, concerniente a los problemas de construcción y razonamiento geométricos, que luego se extendió a todos los instrumentos de demostración (análisis y síntesis, reducción al absurdo, inducción). De hecho es una verdadera tradición, constituida a partir de elementos ya presentes en el corpus filosófico y matemático griego. Sus



artífices son Tabit Ibn Qurra en el siglo IX, Ibrahim Ibn Sinan y as-Siji en el siglo X, Ibn al-Haytham en el XI, y probablemente otros cuyos escritos no han llegado hasta nosotros y que futuras investigaciones podrían revelar.

Se ha comenzado a determinar aspectos relativos a la circulación de esas diferentes tradiciones geométricas orientales. Respecto a la primera, disponemos de dos testimonios poco conocidos que permiten asegurar que llegó a al-Andalus y al Magreb. El matemático magrebí Ibn Haydur († 1413) menciona dos escritos orientales sobre la inscripción del heptágono. Se trata de las epístolas de as-Sagani (siglo X) y de un tal Abu Muhammad. El mismo autor menciona un texto atribuido a un matemático hindú que toma como valor aproximado del lado del heptágono inscrito la mitad del lado del triángulo equilátero inscrito en el círculo.

El segundo testimonio, mucho más importante, es el del filósofo zaragozano Ibn Bajá († 1138), Avempace para los latinos, que da informaciones precisas sobre los trabajos de su profesor Ibn Sayyid, de Valencia, y sobre sus propios trabajos concernientes al estudio de las cónicas y su uso para generar nuevas curvas planas, que habrían sido usadas para resolver dos generalizaciones de problemas clásicos: el de la determinación de n medias proporcionales entre dos magnitudes dadas (que generaliza el problema para dos medias, resuelto ya por los griegos) y el de la multisección de un ángulo (que generaliza el de la trisección).

Hay que señalar que en el siglo XII se consideraban ambas generalizaciones como no resueltas todavía; al menos es lo que dice el gran matemático as-Sama'wal († 1175). Este hecho por sí mismo nos permite afirmar no sólo que el contenido del corpus geométrico clásico (cuyo conocimiento es indispensable para dedicarse a problemas nuevos del mismo tipo) era conocido en ciertos foros científicos hispanos, sino que sus matemáticos se hallaban bien informados sobre los problemas en que trabajaban los matemáticos islámicos orientales y participaron activamente en su resolución.

Para la segunda tradición no disponemos sino de los libros de al-Mutaman, que nunca se refiere explícitamente a sus fuentes, pero que debido a la diversidad de temas tratados en sus obras y a las maneras en que lo hizo, podemos afirmar que una gran parte de la tradición árabe relativa a Arquímedes llegó a al-Andalus, incluso si las pruebas concretas de que disponemos, por el momento, no se refieren sino al escrito de Ibrahim Ibn Sinan († 946) sobre el cálculo del área de una porción de parábola.

En lo que concierne a la tercera tradición, se sabe desde hace poco tiempo que la contribución más importante de Ibn al-Haytham en este campo, su *Libro sobre el análisis y la síntesis*, llegó a Zaragoza como muy tarde en la segunda mitad del siglo XI. La copia sirvió para la redacción de algunos capítulos del libro de al-Mutaman.



La Trigonometría

En trigonometría, los primeros pasos dados en Oriente consistieron en extender y mejorar las tablas hindúes de senos y cosenos, y luego introducir funciones nuevas: tangente, cotangente, secante y cosecante. Más tarde se establecieron las relaciones fundamentales entre estas seis funciones, siendo la más célebre el teorema del seno, que servirá para el cálculo de los elementos del triángulo esférico, y que sobre todo permitirá ahorrarse el uso del teorema de Menelao (siglo I), instrumento menos efectivo para los calculistas.

La importancia de estas nuevas herramientas llevará a los astrónomos a dedicarles capítulos autónomos. Es lo que harán Ibn Iraq († 1030), en Asia central y Abu l-Wafa' († 998), en Bagdad. Esas contribuciones puramente matemáticas favorecieron el proceso de autonomía de la trigonometría en relación a los problemas astronómicos que permitieron su desarrollo. Esta autonomía está ya patente en el libro de al-Biruni († 1048) *Las claves de la Astronomía*, y se completará en el tratado de Nasir ad-Din at-Tusi († 1274) *El libro de la figura secante*.

No hay elementos que permitan asegurar que estas dos últimas obras fueron conocidas en España. Eso no significa que los métodos y resultados que contienen no hayan circulado mediante obras menos importantes o más especializadas. En efecto, según el matemático magrebí del siglo XIV Ibn Haydur, el teorema del seno era accesible en su época (y por tanto también en los siglos XII y XIII) sea a través de una obra de Ibn Muadh (muerto después de 1050), un matemático de Jaén, sea a través de otro especialista hispano, Jabir Ibn Aflah, sea a través del apéndice añadido por el filósofo Avicena († 1037) a su resumen del *Almagesto* de Ptolomeo (siglo II). Ibn Haydur supone incluso que ningún escrito oriental de trigonometría, distinto del de Avicena, llegó al Occidente musulmán. Si eso fuera cierto tendríamos ahí otro ejemplo de ruptura, aún inexplicada, en la circulación de importantes resultados científicos.

LAS CONTRIBUCIONES MATEMÁTICAS DE ESPAÑA Y EL MAGREB Y SU DIFUSIÓN EN EUROPA

El siglo XI corresponde al período más creador de la Matemática en España. Los biobibliógrafos, como Said al-Andalusí, abundan en detalles y su testimonio queda confirmado y precisado por el estudio de los escasos textos que nos han llegado y que han sido analizados o editados en las dos últimas décadas. Su contenido, así como la lista de escritos publicados entre los siglos XI y XIII (perdidos en su mayor parte), confirman la importancia de la circulación de escritos matemáticos griegos, hindúes y árabes de Oriente y del Magreb hacia España. En cuanto a su difusión por Europa ha sido parcialmente detallada por trabajos de historia-



dores de la ciencia del siglo XIX y principios del XX, y en particular por los de Steinschneider, que catalogó pacientemente las traducciones en lenguas no árabes (latín, catalán, hebreo, castellano...), traducciones iniciadas en Toledo a principios del siglo XII y que continuaron, en España y otros lugares, hasta el siglo XIV.

En el capítulo precedente hemos adjuntado a esas informaciones bibliográficas otras que hemos extraído del análisis de los propios textos matemáticos, y que testimonian la presencia en España de importantes obras realizadas en Oriente, y cuyo contenido posiblemente circuló en Europa por canales distintos a los de las traducciones.

En esta segunda parte vamos a interesarnos por la producción matemática en España y en el Magreb en los siglos XI al XIII, tratando de hacer hincapié sobre lo que conocemos de tal producción, sobre su circulación interna y sobre su eventual difusión hacia Europa.

Respecto al siglo XI andalusí, contamos con el *Libro de las transacciones* de az-Zahrawi, del que sólo nos han llegado algunas citas, el *Gran libro de geometría* de Ibn as-Samh († 1035), del que se preservaron algunos fragmentos en una traducción hebrea del siglo XV, el *Libro de la compleción* de al-Mutamman, que actualmente conocemos en detalle, el libro de trigonometría de Ibn Muadh al-Jayani, titulado *Libro de los arcos desconocidos de la esfera*, y sobre todo, el resumen de una obra perdida de Ibn Sayid sobre la generación y las propiedades de nuevas curvas distintas de las cónicas.

A excepción del libro de Ibn as-Samh, las demás obras (que son a la vez síntesis de escritos anteriores y sus prolongaciones a nivel de resultados y de trayectoria) no fueron traducidas. Es posible que se debiera al hecho de que ninguna copia de esos escritos estuviera disponible en las ciudades donde se realizaban las traducciones. Pero también podemos suponer que el obstáculo principal para su traducción fue su elevado nivel y la dificultad de su contenido.

En lo que concierne al Magreb del siglo XI, las escasas informaciones acerca de las actividades científicas de esta región producen la impresión de que los foros más dinámicos estaban por entonces en Ifriqiya. Entre los científicos de esta época nos interesan dos: uno de ellos era natural de Kairuan y el otro vivió veinte años en Mahdiya.

El más antiguo, Ibn Abi r-Rijal († 1035), fue conocido como astrónomo. Fue sin embargo su opúsculo astrológico *Libro brillante sobre los juicios de las estrellas* el que le valió la posteridad en la Europa medieval, gracias a las traducciones latina y española. El segundo, Abu s-Salt († 1134), fue más conocido por sus escritos matemáticos y lógicos, pero fue su epístola sobre el astrolabio la que conoció el favor de algunos usuarios europeos medievales, ya que había sido traducida al hebreo.

En los siglos XII y XIII, factores internos hispánicos (Reconquista, antagonismos de los reinos de Taifas) y factores regionales (advenimiento del poder



almorávide en el Magreb, y posteriormente del almohade) serán el origen de dos fenómenos estrechamente ligados. El primero concierne a España, donde se comprueba el eclipse, a veces muy rápido, de ciertos foros científicos (Córdoba, Zaragoza, Valencia, Toledo) y la lenta emergencia o la reanimación de foros más meridionales (Sevilla, Málaga, Granada). El segundo fenómeno ocurrió en el Magreb, donde la integración de una parte de España al Imperio almorávide, y luego al almohade, irá acompañada de una inversión del flujo migratorio de la élite intelectual (desde España hacia el Magreb), favoreciendo la eclosión y desarrollo de cuatro foros científicos magrebíes: Ceuta, Bujía, Túnez y Marrakech. Las matemáticas de estos centros científicos son las más antiguas del Magreb de las que nos han llegado escritos o informaciones precisas sobre sus aportaciones. Recordaremos brevemente estos cuatro foros proporcionando sobre cada uno informaciones o hipótesis respecto al papel que jugaron en la circulación de la producción científica del Magreb hacia Europa.

Bujía fue un gran centro intelectual a partir del siglo XII, pero nos ha llegado escasa información sobre sus actividades científicas. Uno de los pocos representantes conocidos de la tradición matemática de Bujía es al-Qurashi († 1184), contemporáneo del gran matemático europeo Leonardo Pisano (Fibonacci, † 1240). Al igual que este último no era natural de la ciudad donde vivió; la diferencia entre ambos es que el primero vino para enseñar y el segundo para estudiar. Al-Qurashi es conocido sobre todo por su libro de álgebra, no conservado, pero del que nos han llegado algunos extractos por Ibn Zakariya al-Garnati, matemático andalusí del siglo XIV. Según el testimonio de Ibn Jaldun († 1406), el libro de al-Qurashi era un comentario del tratado de Abu Kamil, el gran algebrista egipcio del siglo X. Sería muy importante para conocer la circulación de los problemas y métodos algebraicos antes del período de traducciones latinas (siglo XII) recuperar ese comentario, y en especial, para averiguar lo que Fibonacci tomó directamente del álgebra árabe para escribir su obra *Liber Abbaci*.

La ciudad de Ceuta fue posiblemente la residencia permanente u ocasional del matemático Abu Bakr al-Hassar (siglo XII), autor de dos conocidas obras: *Libro completo sobre el arte del número* y *Libro de la demostración y de la rememoración*. El primero es un tratado abreviado sobre la ciencia del cálculo; el segundo, importante obra en dos volúmenes, trata del cálculo y de Teoría de números. Desgraciadamente sólo se ha conservado el primer volumen y el índice temático del segundo. Su contenido parece muy vinculado a la tradición andalusí de cálculo; en todo caso, las únicas obras citadas por al-Hassar pertenecen a esa tradición. Se trata del *Libro de las transacciones* de az-Zahrawi y de la *Introducción práctica* de Ibn as-Samh. No parece que esta obra haya circulado por Europa. Ese no es el caso del segundo libro, ya que sabemos que fue traducido al hebreo, a finales del siglo XIII, por Moisés Ibn Tibbon. Desconocemos si esta traducción logró que circulara el manual de al-Hassar en los medios científicos de expresión latina.



La ciudad de Túnez proporciona, a través de las actividades de Raimon Llull, otro ejemplo de circulación de la información científica en el Mediterráneo occidental. Se sabe que Llull fue dos veces a Túnez, en 1292 y en 1315 (después de una estancia en Bujía en 1307). No disponemos de informaciones precisas sobre sus actividades científicas en ambas ciudades magrebíes, pero sabemos que ya en esa época conocía el árabe y que entre los libros científicos que se le atribuyen, hay una obra de astronomía, el *Tractatus novus de astronomía*, y un libro de geometría, el *Liber geometria nova et compendiosa*. Escribió el primero en 1297 y el segundo en 1299, después de su viaje a Bujía. Un análisis comparativo de estos textos, y de otros tales como el *Ars maior* o el *Ars Universalis*, junto a los escritos de autores magrebíes de los siglos XII y XIII, podría aclararnos qué conoció Llull de la actividad científica en Bujía y Túnez a finales del siglo XIII. A título de ejemplo para ilustrar la utilidad de este procedimiento podemos señalar que Llull utilizó, en algunos de sus escritos no matemáticos, nociones y procedimientos combinatorios ligados a las prácticas combinatorias conocidas en el Magreb desde el siglo XII.

El cuarto y último foro científico magrebí de los siglos XII y XIII fue Marrakech, cuyo estatuto de capital del nuevo imperio atrajo a gran número de especialistas en diversas disciplinas. En matemáticas, la aportación andalusí parece haber sido determinante en la constitución o reactivación de una tradición que se impondría en todo el Magreb. Los primeros representantes de esta tradición fueron Ibn al-Yasamin († 1204) y Ibn Muncim. Sus escritos, vectores de la tradición andalusí del siglo XI, contribuirán directa o indirectamente a la formación de tres generaciones de matemáticos.

El estudio de lo que nos ha llegado del corpus matemático magrebí, producido entre los siglos XII y XIV, nos autoriza a conjeturar la presencia en Marrakech de ciertos textos orientales, de los que todavía no se había encontrado ninguna huella en los escritos biobibliográficos o matemáticos conocidos. Así, el estudio comparativo del apéndice al *Libro de los fundamentos y de los preliminares del álgebra* de Ibn al-Banna, confirma la utilización en Marrakech de la versión árabe de los Elementos de Euclides realizada por Ishaq-Thabit. Prosiguiendo con el corpus griego, hay que señalar igualmente que ciertos especialistas de la época disponían de la versión árabe del tratado sobre *La esfera y el cilindro*, de Arquímedes, la *Introducción aritmética* de Nicómaco y la *Epístola sobre el heptágono* del pseudo-Arquímedes. Respecto al corpus árabe de Oriente, además de las obras ya señaladas, hemos encontrado en Ibn Haydur, una referencia explícita a uno de los comentarios de Ibn al-Haytham sobre los *Elementos* de Euclides, titulado *Resolución de las dudas* [del libro] *de Euclides*.



Conclusión

Como vemos, los elementos nuevos en relación a los balances efectuados por M. Steinschneider a propósito de la circulación de los escritos matemáticos de España y el Magreb hacia Europa, son muy modestos, pero eso no debe llevarnos a conclusiones subestimadoras del volumen de la circulación matemática y de su calidad. Hay varias razones para ello. La primera es el carácter fragmentario de las fuentes que pueden aportar respuestas a estos asuntos. La segunda atañe al hecho de que hubo todo un período en el que los matemáticos europeos tuvieron acceso directo a las fuentes árabes, lo que a veces hacía inútil el trámite de la traducción.

Respecto a los latinoparlantes, hemos evocado el bien conocido caso de Fibonacci. Este sabio no esperó la traducción del libro de al-Hassar o de otros manuales para tomar de ellos el simbolismo de los diferentes tipos de fracciones que se usaba en la época. Ese simbolismo es constantemente utilizado en el *Liber Abbaci* sin que su autor sienta la necesidad de señalar su origen. Tenemos también el caso del autor anónimo del *Liber Mahamelet* [Libro de las transacciones] que cita a veces sus fuentes árabes, pero que más frecuentemente las usa sin precisarlas, añadiendo sus aportaciones personales.

Respecto a los hebreoparlantes, la transmisión de escritos matemáticos griegos o árabes no constituye casos aislados. Nos hallamos en presencia de una verdadera tradición cuyas diferentes prácticas eran ya conocidas, pero cuyos resultados se han ido revelando paulatinamente por las investigaciones de las últimas décadas. La práctica más antigua queda ilustrada por la obra de Abraham Ibn Ezra (hacia 1160), el *Libro del número*, y por dos escritos de Abraham Bar Hiyya († 1145), el *Liber Embadorum* y *Los fundamentos de la razón y la Torre de la fe*. Ambos autores, matemáticos que dominaban el árabe, redactaron directamente en hebreo temas matemáticos extraídos del fondo árabe español, añadiéndoles sus propias contribuciones.

El segundo medio de circulación fue la transcripción de textos árabes en caracteres hebreos. Se comienza a conocer mejor los aspectos bibliográficos, pero queda por completar el estudio de los escritos matemáticos de dicho corpus y en especial aquéllos de los que no tenemos la versión árabe.

A partir de estos hechos, nos hemos interrogado sobre una eventual circulación directa, es decir, sin traducción, de dos aportaciones originales consideradas, en el estado actual de nuestros conocimientos, como específicas de la tradición matemática de España y del Magreb. Se trata, en primer lugar, del simbolismo algebraico, cuyo uso en Europa no era factible en su versión original (en la medida en que no intervienen sino letras árabes en su escritura). Pero su existencia podía suscitar la elaboración de un simbolismo análogo, utilizando letras latinas o hebreas.

La segunda aportación concierne al conjunto de resultados y procedimientos combinatorios elaborados y practicados en el Magreb durante los siglos XII, XIII



y aún más tarde. A primera vista parece extraño que se pensara en traducir un manual de cálculo como el libretto de al-Hassar y que nadie se interesara en el capítulo del libro de Ibn Muncim dedicado exclusivamente al análisis combinatorio, con sus definiciones, sus proposiciones y su dominio de aplicación. La primera explicación que nos viene a la cabeza es la misma que podemos avanzar para otros tratados matemáticos árabes, que debieron asustar a los traductores a causa de la complejidad de su contenido. La segunda explicación nos remite a consideraciones culturales semejantes a las que podrían explicar la ausencia, en las traducciones de Roberto de Chester y de Gerardo de Cremona, del primer capítulo del libro de álgebra de al-Khwarizmi, consagrado a la resolución de problemas de donaciones, y que no son sino un aspecto de los complejos problemas del reparto de herencias en los países islámicos.

En el caso de la combinatoria, se trata también, al menos en los primeros autores magrebíes, es decir, Ibn Muncim y Ibn al-Banna, de un problema planteado y resuelto en el marco de las preocupaciones lexicográficas y lingüísticas de la lengua árabe, incluso aunque los procedimientos seguidos y los resultados alcanzados tienen de hecho carácter general.

A pesar de ello no podemos dejar de interrogarnos sobre una eventual circulación de las ideas combinatorias sin mediación de otras lenguas, a partir del acceso directo al texto árabe. Pudo ser el caso de los matemáticos judíos de los siglos XII y XIII, que manejaban cómodamente el árabe y el hebreo. Un ejemplo nos lo da Levi ben Gershom (Gersonide, † 1344). Su *Libro de cálculo* contiene resultados combinatorios cuyo contenido es tan completo como el de la tradición magrebí y que se presentan en forma de capítulo independiente, como en el libro de Ibn Muncim. Esto obliga al lector a interrogarse sobre una eventual circulación, incluso parcial, de ciertos textos magrebíes o sobre una elaboración paralela de ese capítulo a partir de una preocupación lingüística común.

Traducción del francés: de *Sergio Toledo Prats*
Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia