CONSIDERACIONES SOBRE *LAS MECÁNICAS* DE GALILEO

Romano Gatto
Università della Basilicata

Entre 1592 y 1610 Galileo dio clases en el *Studio* de Padua. En esos dieciocho años, entre sus enseñanzas, figuraba la de la Mecánica[1]. Según el testimonio del último de sus alumnos Vincenzo Viviani (1621-1703), por entonces Galileo escribió para sus discípulos un tratado de Mecánica que nunca llegó a publicar, y que gozó de una amplia difusión en forma de manuscritos[2]. De tales manuscritos, hasta hace algunos años, se conocían trece: Egidio Festa y yo hemos encontrado otros cuatro. En estos manuscritos se distinguen dos tipos de texto diferentes, no tanto por sus contenidos, cuanto por su extensión; por eso los hemos llamado, respectivamente, "versión breve" y "versión larga". El texto de la versión larga fue publicado, por primera vez, en traducción libre al francés, por Marin Mersenne (1588-1648) en 1634[3]. La primera edición en italiano se publicó en 1649, al cuidado de Luca Danesi (1598-1672)[4]. En 1890 Antonio Favaro (1847-1922) lo incluyó en el volumen II de la Edición Nacional de las *Obras* de Galileo. El

[1] Cfr. *Rotuli Artistaurum dello Studio di Padova Pars Prior 1520-1739*, c. 43v, del Archivo Universitario de Padua, donde puede leerse: "En Matemáticas –Exc. D. Galileo Galilei florentino–, leg. los *Elementos* de Euclides y las *Cuestiones Mecánicas* de Aristóteles: tercera hora de la tarde".
[2] Cfr. G.G., *Opere*, XIX, pp. 597-632.
[3] Cfr. *Les mechaniques de Galilée, Mathématicien et Ingénieur du Duc de Florence. Avec plusieurs additions rares, et nouvelles, utiles aux Architectes, Ingénieurs, Fonteniers, Philosophes et Artisians. Traduites de l'italien par le L.P.M.M.*, París, Guenon, 1634.
[4] *Della Scienza Mecanica, e delle Utilità, che si traggono da gl'Istrumenti di quella. Opera cavata da manoscritti dell'Eccellentissimo Matematico Galileo Galilei, dal Cavalier Luca Danesi da Ravenna*, Rávena, Stamperia Camerali, 1649.

descubrimiento de la versión breve tuvo lugar en el 1898 por obra de Favaro, que publicó el texto un año después, en 1899[5].

Las Mecánicas de Galileo (tal es el nombre con el que este tratado se publicó en la Edición Nacional de Favaro) representa un punto culminante de la Mecánica a finales del siglo XVI. Con esta obra, de hecho, se completa, por una parte, el proceso de ruptura con la tradición de la Mecánica del Pseudo-Aristóteles, tradición que había dominado los estudios de esta disciplina a lo largo de todo el Medievo y de gran parte del Renacimiento, y, por otra, un proyecto de renovación y de refundación de la Mecánica conforme a unos presupuestos completamente nuevos. Galileo no fue, de hecho, el único, ni el primero, en investigar y proponer una nueva perspectiva para el estudio de la Estática y de las máquinas simples, la balanza, la romana, la palanca, el gato, la polea, el plano inclinado, y con ellas el tornillo y la espiral de Arquímedes, y la cuña (tal es el objetivo de la Mecánica de aquel tiempo): antes que él otros hombres de ciencia, como Federico Commandino (1509-1575)[6], Francesco Maurolico (1494-1575)[7], Giovan Battista Benedetti (1530-1590)[8], Guidobaldo Dal Monte (1545-1607)[9], en mayor o menor medida, habían contribuido a renovar los fundamentos de esta ciencia. De todas maneras, hasta *Las Mecánicas* de Galileo el estudio de esta disciplina no aparece completamente liberado de cualquier resto del viejo planteamiento del Pseudo-Aristóteles y refundado sobre presupuestos totalmente nuevos.

Lo primero que destaca de tal renovación es la forma del tratado, concebido ya no como una colección de problemas que hay que resolver, como lo eran las *Quaestiones mecanicae Aristotelis* y la tradición que a su alrededor floreció, sino como un verdadero y auténtico tratado sistemático de Mecánica, cuyo objetivo es demostrar que el funcionamiento de todas las máquinas puede reducirse al de la balanza, ya que el principio de la balanza es universalmente válido para todas las máquinas simples. Un segundo aspecto importante es la elección de los métodos de investigación: Galileo abandona el principio fundamental de la Estática de la tradición del Pseudo-Aristóteles, a saber, el círculo y algunas de sus propiedades, y adopta, por el contrario, el principio arquimediano del equilibrio de la palanca. Se trata, como veremos mejor luego, de dos vías completamente diferentes, ya que una, la del Pseudo-Aristóteles, representa un acercamiento dinámico a la Mecánica, y la otra, la arquimediana, un acercamiento estático.

---

[5] A. Favaro, *Delle Meccaniche lette in Padova l'anno 1594 da Galileo Galilei*, "Memorie del Real Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti", XXVI (1899), n. 5.

[6] Cfr. F. Commandino, *Liber de centro gravitatis solidorum*, Bolonia, Ex Officina Alexandri Benacii, 1565.

[7] Cfr. F. Maurolico, *Problemata meccanica com appendice, et ad Magnetem, et ad Pixidem nauticam pertinentia*, Mesina, ex Typographia Petri Breae, 1613 (publicado tras su muerte).

[8] Cfr. G.B. Benedetti, *Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber*, Turín, apud haeredes Nicolai Bevilaquae, 1580.

[9] Cfr. G. Del Monte, *Mechanicorum liber*, Apud Hieronymum Concordiam, Pésaro, 1577.

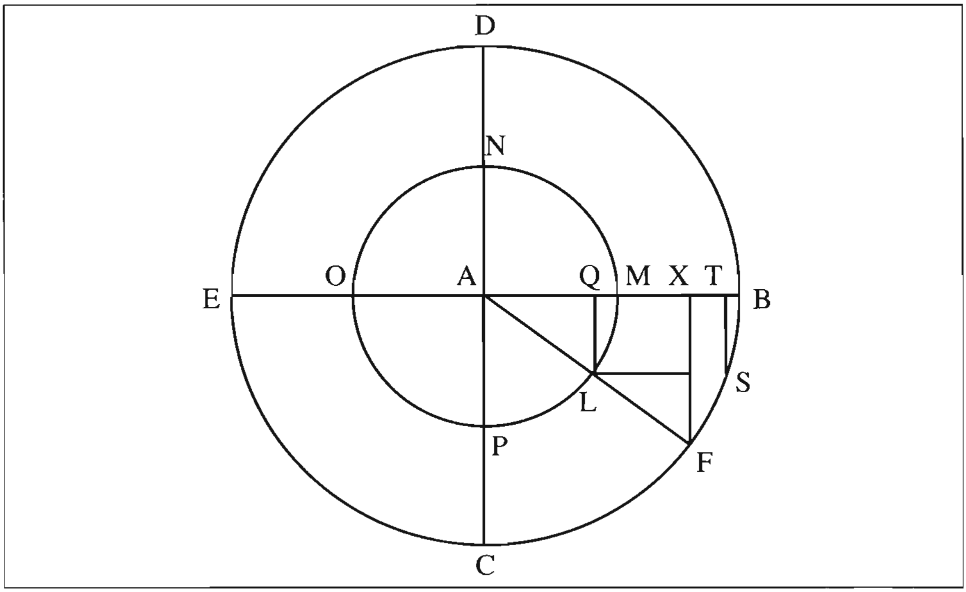

Figura 1

El estudio del Pseudo-Aristóteles, además de no ser sistemático, es también poco riguroso, por estar basado no sobre principios sólidos, como los que ofrece la Geometría, sino sobre la distinción aristotélica de 'movimiento violento' y 'movimiento natural'. El funcionamiento de una palanca, o mejor, el de una balanza puede ser reducido al círculo. Los puntos de un segmento EB, que gira en torno a su punto medio, describen círculos concéntricos cada vez más grandes en la medida en que nos alejemos del centro A hacia la periferia. Y, dado que estos círculos resultan todos descritos simultáneamente al mismo tiempo, se deduce que los más externos se recorren a mayor velocidad que los más internos.

El Pseudo-Aristóteles explica que esto depende del hecho de que el movimiento circular se debe a la combinación de dos movimientos distintos: el movimiento natural, que tiende a trasladar el punto móvil hacia abajo en sentido vertical; y un movimiento violento que tiende a trasladar el mismo punto hacia el centro del sistema. Él hace ver que, a medida que nos alejamos del extremo del diámetro hacia el centro, la componente debida al movimiento violento radial aumenta, y el móvil se ve obligado a curvar su trayectoria conforme al arco de circunferencia.

Hay que hacer notar, de hecho, que, si la relación entre las velocidades de estos dos movimientos se mantuviera constante durante todo el movimiento, el punto móvil debería describir un segmento rectilíneo, es decir, una cuerda del círculo y no la circunferencia; en cambio, lo que sucede es que el desplazamiento se produce conforme a un arco de circunferencia.

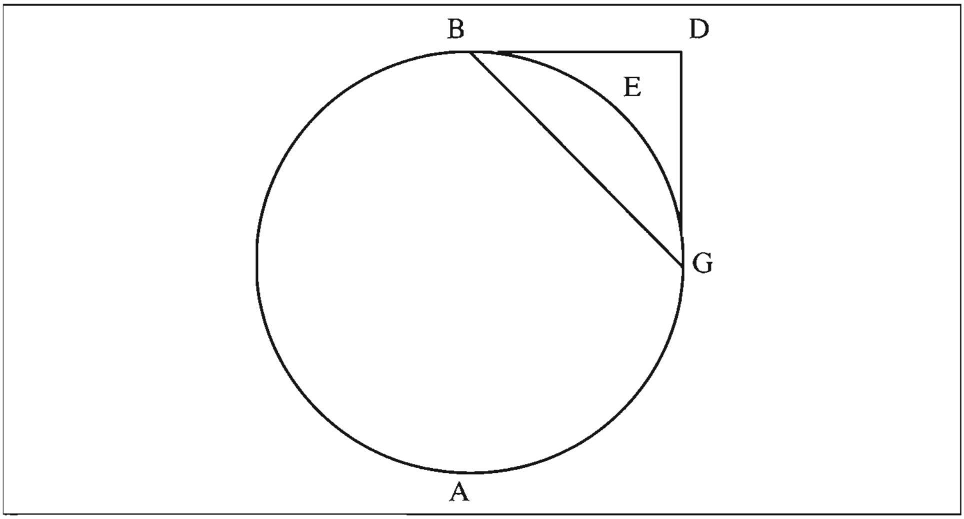

Figura 2

Con respecto a la figura 1, el Pseudo-Aristóteles hace ver, por su parte, que, a movimientos naturales iguales, les corresponden movimientos violentos no iguales, sino tanto más grandes cuanto menor es la distancia del centro. Así, en el caso de la figura, si consideramos que los tramos verticales QL y TS representan movimientos naturales iguales de los puntos M y B, respectivamente, sus correspondientes movimientos violentos MQ y TB no son iguales, sino que MQ>TB. En efecto, cuando M haya descrito el arco ML, es como si hubiese recorrido de movimiento natural el tramo vertical QL y de movimiento violento el tramo QM. Si trazamos la paralela por L a AB, ésta encuentra el arco de circunferencia BF, recorrido en el mismo tiempo por B, en el punto S, el cual tendrá respecto a AB la distancia TS, igual a QL. TS=QL son, por tanto, tramos iguales recorridos por un movimiento natural de los puntos B y M, respectivamente; pero a tales tramos verticales iguales les corresponden tramos horizontales, es decir, movimientos violentos, desiguales, y, más exactamente, QM>TB[10]. Por tanto, en el paso hacia L, M ha sufrido, por efecto del movimiento violento, una pérdida de su movimiento natural mayor que la sufrida por B en su paso hasta S.

El Pseudo-Aristóteles, haciendo referencia a la semejanza de los triángulos AML y ABF, así como a la de los triángulos AQL y AFX, demuestra que los movimientos naturales son entre ellos como los violentos, esto es, que entre movimiento natural y movimiento violento es válida la siguiente relación:

$$FX:LQ=BX:MQ$$

[10] El coseno del ángulo QAL, AQ, es menor que el coseno del ángulo TAS, AT, al ser el coseno en el 1er cuadrante (tal es la convención de la época) función decreciente. Así que TB=1-AT será menor que QB=1-AQ.

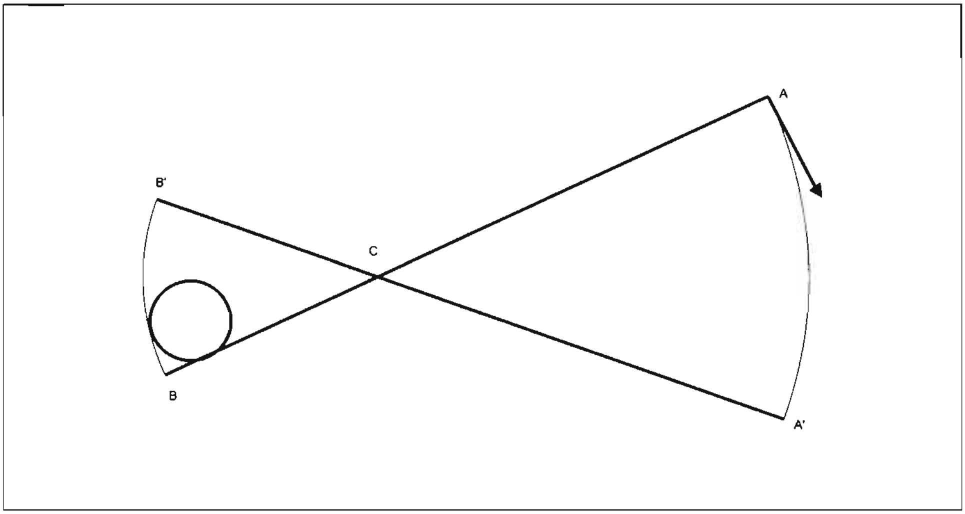

Figura 3

Además, refiriéndose específicamente a la palanca, afirma que la causa del aumento de la potencia se debe a la mayor velocidad con la que esta actúa respecto a la resistencia del peso que se eleva.

Al tener, de hecho, que recorrer A en el mismo tiempo el arco AA'>BB', A se moverá con una velocidad mayor que aquella con la que B se eleva hasta B'. Es esta mayor velocidad lo que hace que la fuerza sea más potente. De aquí deduce, aunque sin proporcionar demostración, que:

> *"El peso movido [resistencia] es al peso que lo mueve [potencia] inversamente proporcional a las dos longitudes [distancias del fulcro]".*

Desde un punto de vista físico, la vía aristotélica, que hace uso del movimiento en la descripción del principio del funcionamiento de las máquinas, o como se solía decir, del principio de los desplazamientos virtuales, es un acercamiento dinámico. Giovanni Vailati (1863-1909) ha querido ver en esta perspectiva un anticipo del *'principio de las velocidades virtuales'*. Este término lo acuñó Giovanni Bernoulli (1667-1748), que definió velocidad virtual:

> *"El elemento de velocidad que todo cuerpo adquiere o pierde, respecto a una velocidad adquirida en un tiempo infinitamente pequeño, conforme a su dirección".*

Esta definición requiere, por tanto, que los desplazamientos sean infinitamente pequeños y rectilíneos, cosa que no sucede en el Pseudo-Aristóteles. En realidad los desplazamientos que hemos considerado no son ni rectilíneos, ni infinitésimos. Vailati, sin embargo, hace notar que el Pseudo-Aristóteles se refería a la fuerza aplicada tangencialmente al círculo, o sea, a la fuerza que provoca el movimiento natural, que, si no se le impidiera, se produciría en sentido vertical (la presencia del movimiento violento es causa de pérdida del movimiento natural y de la desviación de la "dirección natural"). En el caso de la palanca, la fuerza tangencial actúa de modo tal que, a un mayor alejamiento del brazo de la palanca de aquello a lo que ella se aplica, corresponde un menor alejamiento del otro brazo que hace que el peso se eleve.

Dentro de poco vamos a ver que la de Galileo es, en cambio, una perspectiva genuinamente estática.

Antes de mostrar eso, por proceder conforme al orden de *Las Mecánicas*, hace falta pararse un momento en la introducción de esta obra que, tanto en la versión breve como en la larga, presenta interesantes consideraciones acerca de la naturaleza y los cometidos de la ciencia mecánica.

La versión breve se abre con la siguiente declaración de los objetivos de tal ciencia:

> *"La ciencia de la Mecánica es aquella disciplina que muestra las razones y descubre las causas de los efectos milagrosos que vemos que se producen con diversos instrumentos, como lo es mover y levantar pesos muy grandes con muy poca fuerza"*.

Todavía en época de Galileo había quienes, de manera fraudulenta, se dedicaban a ofrecer máquinas con poderes mágicos, capaces de engañar a la naturaleza, es decir, de vencer las fuerzas naturales con el empleo de fuerzas pequeñas. Uno de estos era Giovanni de' Medici, hijo natural de Cosimo I: había diseñado una máquina para vaciar de fango la dársena de Livorno y la había presentado al Gran Duque Ferdinando I. Este, antes de mandar construir la máquina y ordenar la ejecución de la obra, quiso conocer la opinión de Galileo, el cual demostró que una máquina tal no estaría en condiciones de resolver una tarea de ese tipo. Con ello se procuró Galileo la enemistad de Giovanni de' Medici y sus partidarios, hasta el punto de que (es opinión de muchos) parece que había decidido trasladarse a Padua precisamente por librarse del ambiente hostil que se había ido creando en su contra.

Galileo tenía, por tanto, más de un motivo para declarar explícitamente, desde el principio de *Las Mecánicas*, que en la Mecánica no existe milagro alguno, es decir, que escape a la comprensión de la mente humana. Al contrario, la Mecánica es la ciencia que pone de manifiesto "las razones" y muestra "las causas" de aquellos efectos que sólo a los poco avezados en tal ciencia pueden parecerles milagrosos. Galileo, por tanto, quiere despojar a la ciencia mecánica de cualquier atributo fantasioso y conferirle la identidad de ciencia racional. Esta intención está todavía más explícitamente expresada en la versión larga, en la que no sólo omite cualquier tipo de referencia a los "efectos milagrosos", sino que además afirma a las claras que las máquinas no tienen poder para "engañar" a la naturaleza, ya que no se les ha concedido "con poca fuerza, mover y levantar pesos muy grandes". Ninguna resistencia (dice Galileo) "puede ser superada por una fuerza que no sea más potente que ella". Por tanto, para superar una resistencia dada se necesita emplear una fuerza "más potente" que ella. Las máquinas tienen la capacidad de hacer "más potente" la fuerza empleada, pero no porque posean una "virtud milagrosa", sino porque en su funcionamiento entran en juego, además del peso que hay que elevar o trasladar y la fuerza que debe provocar el movimiento, otras magnitudes físicas oportunamente combinadas con esas acciones, esto es, la distancia a la que el peso debe ser trasladado y el tiempo necesario para efectuar tal traslado, o sea, la velocidad con la que se produce el movimiento. Cuando se tengan en cuenta estas cuatro magnitudes, se puede comprender que no hay milagro alguno en el funcionamiento de las máquinas, sino que este obedece a leyes naturales perfectamente comprensibles para la mente humana. En suma, como Galileo dirá en sus *Discursos en torno a dos nuevas ciencias*:

"El reconocimiento de la causa de los efectos elimina la maravilla".

En el estudio de la Estática la fuerza imprimida para provocar el movimiento (esto es, la potencia), la fuerza que opone el peso que se quiere mover (o sea, la resistencia), la distancia y el tiempo (o bien la velocidad, ya que nos referimos a espacios diferentes recorridos en el mismo tiempo) son magnitudes estrechamente ligadas entre sí mediante una ley de compensación; es decir, una ley, según la cual, lo que se gana en un sentido se pierde en otro sentido y viceversa. Si, volviendo al ejemplo del Pseudo-Aristóteles, se hace uso de una palanca para elevar un peso, se puede emplear una potencia más pequeña que la resistencia del peso, pero ello requiere que esta potencia recorra un espacio mayor que el recorrido por el peso, y, en consecuencia, que se mueva con una velocidad mayor que la del peso, el cual se elevará a lo largo de un espacio menor y a menor velocidad. Nada nuevo respecto al Pseudo-Aristóteles, si Galileo no hubiera declarado explícitamente que potencia, resistencia, tiempo y espacio (o sea, velocidad) siguen una ley exacta de proporcionalidad. Es precisamente la existencia de una ley así lo que quita cualquier atributo "mágico" a las máquinas.

Galileo va a poner en clara evidencia, una y otra vez, para cada una de las máquinas simples, la validez de este principio de conservación, demostrando así que uno de los principales objetivos de su tratado es establecer la verdad, es decir, que la Mecánica es una verdadera ciencia, o mejor dicho, es una ciencia racional. No hay ninguna duda de que precisamente con *Las Mecánicas* se lleva a cabo el proyecto de conferir a la Mecánica el carácter de ciencia deductiva, en la que cualquier cosa se demuestra con rigor geométrico.

Al principio de su estudio Galileo presenta un sistema de definiciones y de axiomas (3 Definiciones y 3 Hipótesis de partida) que constituyen el aparato teórico de referencia de su teoría. También Guidobaldo y Commandino habían conferido a sus estudios una impronta de tipo euclídeo, enunciando algunas definiciones y algunos principios; estos, sin embargo, presentan un defecto de naturaleza lógico-formal, a saber, hacer uso de conceptos no definidos, como 'gravedad' y 'momento', para definir otros, como 'centro de gravedad'. Desde este punto de vista *Las Mecánicas* de Galileo se presentan como una obra madura y bien meditada. Para Galileo la Mecánica es una ciencia axiomática y, como tal, necesita de un aparato de axiomas y de definiciones completo, es decir, tal que todo lo que haga falta para el estudio esté claramente definido. Esta era también sin duda la intención de Guidobaldo, quien, sin embargo, había cometido aquel error lógico al que antes aludíamos. El hecho es que la definición de algunos conceptos, en aquella época, no era una tarea en absoluto fácil. El propio Galileo había usado ya en el *Sobre el movimiento*, sin dar una definición, el término *gravitas* y el concepto de 'momento'. No es que entonces tuviera una idea de la ciencia mecánica distinta de la expresada en *Las Mecánicas*, pero, aún conociendo claramente estos conceptos, probablemente entonces le faltaba el lenguaje apropiado para definirlos. La importancia de *Las Mecánicas* de Galileo consiste también en el hecho de que en esa obra se encuentran por primera vez definidos con absoluta claridad conceptos fundamentales de tal ciencia.

La primera definición de *Las Mecánicas* es la de gravedad:

> *"Llamamos, por tanto, gravedad a la tendencia a moverse naturalmente hacia abajo, la cual, en los cuerpos pesados, se descubre causada por la mayor o menor abundancia de materia por la que estén constituidos".*

La gravedad es, por tanto, la "tendencia", o sea disposición, inclinación natural de los cuerpos pesados a caer hacia abajo. Tal "tendencia" depende de la constitución de los cuerpos materiales, de su "abundancia de materia", o sea, de la mayor o menor condensación de los átomos que los constituyen, es decir, de su peso específico.

A lo largo de *Las Mecánicas* Galileo confirma y precisa mejor el sentido de esta definición de gravedad, en donde, introduciendo el plano inclinado, dice:

> *"No hay ninguna duda de que la constitución de la naturaleza acerca de los movimientos de las cosas pesadas es tal que cualquier cuerpo que en sí contenga gravedad, tiene tendencia a moverse, si no se le impide, hacia el centro; y no solamente por la línea recta perpendicular, sino incluso, cuando no pueda hacerlo de otra manera, por cualquier otra línea que, teniendo alguna inclinación hacia el centro, vaya poco a poco bajando".*

Los cuerpos pesados tienden, de todos modos, a alcanzar el centro de la Tierra: si están libres de todo impedimento, lo hacen cayendo en dirección vertical; si, por el contrario, se les impide, lo hacen descendiendo por cualquier camino que vaya declinando hacia abajo, como por ejemplo sucede con los ríos, los cuales, con tal de que haya una aunque mínima pendiente del terreno, siguen siempre corriendo hacia abajo.

Sobre el concepto de gravedad en Galileo habría mucho que decir; aquí nos limitaremos a poner de relieve que Galileo, en general, emplea el término *gravitas* con un doble significado: el literal de peso, pesantez, medida de la masa, por usar una terminología moderna, y el de efecto causado por la pesantez de los cuerpos, o sea potencia (en el caso de que la pesantez provoque movimiento) y resistencia (en el caso de que se oponga al movimiento). En una balanza de dos brazos iguales, dos pesos iguales están en equilibrio; pero, si los pesos son desiguales, la balanza se inclina hacia la parte del peso mayor con una fuerza dada por la diferencia entre los dos pesos, porque, mientras el peso mayor tiende a caer hacia abajo, el otro, que también tendería a caer, opone resistencia a ser desplazado hacia arriba. Es, por tanto, la diferencia entre los dos pesos lo que genera el movimiento y determina la dirección. Galileo se sirve de este modelo de las interacciones de los cuerpos para refutar una de las concepciones fundamentales de la física aristotélica, a saber, la existencia de cuerpos pesados y livianos. Para Galileo todos los cuerpos pesan y tienen tendencia a caer hacia el centro de la tierra por efecto de su gravedad. Pero a tal tendencia se opone siempre la gravedad del medio en el que están inmersos; así que caen hacia abajo, si su gravedad es mayor que la del medio, y ascienden, si es menor. Un sólido sumergido en el agua hace presión con su gravedad y eleva agua, la cual, a su vez, opone resistencia para no ser elevada más de lo debido. La situación de equilibrio se obtiene cuando la gravedad del sólido 'que ejerce la presión' es igual a la del agua 'que opone resistencia', lo que equivale a decir que, en la situación de equilibrio del sistema agua-sólido, la presión ejercida por la gravedad del sólido es igual a la resistencia debida a la gravedad del agua. La gravedad entonces, según las situaciones, ejerce una potencia o una resistencia y, como tal, provoca el movimiento hacia abajo o hacia arriba.

La segunda definición es la de momento:

> *"Momento es la tendencia a ir hacia abajo, causada no tanto por la gravedad del móvil, cuanto por la disposición que se da entre distintos cuerpos pesados; mediante el tal momento se puede ver muchas veces un cuerpo menos pesado servir de contrapeso a otro de mayor gravedad: como en la romana se ve un contrapeso pequeñito levantar otro peso muy grande, no porque lo supere en gravedad, sino más bien por la distancia del punto donde se sostiene la romana; la*

> *cual, junto con la gravedad del peso menor, le aumenta el momento e ímpetu de ir hacia abajo, con el que puede superar el momento del otro grave mayor. Es, por tanto, el momento el ímpetu de ir hacia abajo, compuesto por gravedad, posición y alguna otra cosa por la que pueda estar causada tal tendencia".*

El momento es también esa "tendencia" de los cuerpos a ir hacia abajo, pero se distingue de la tendencia natural de los cuerpos a caer (gravedad) por el hecho de que él produce el efecto de aumentar la gravedad natural de los cuerpos, su "ímpetu", o sea la violencia, y, consiguientemente, la velocidad de la caída. La causa de esto es que el momento no se debe sólo a la gravedad de los cuerpos, sino a la gravedad combinada con la distancia de los susodichos cuerpos de un punto fijo, o bien respecto a otra magnitud que pueda sustituirse por la distancia.

La tercera definición, la de centro de gravedad:

> *"Centro de gravedad se define como aquel punto que hay en cualquier cuerpo pesado, en torno al cual se sitúan partes de momentos iguales, de modo que, imaginando que tal cuerpo pesado estuviera suspendido y sostenido por dicho punto, las partes de la derecha equilibrarían a las de la izquierda, las de delante a las de detrás y las de arriba a las de abajo; así que el mencionado grave, sostenido de esa forma, no se inclinará hacia ninguna parte, sino que, colocado en el sitio y la disposición que se quiera, por estar suspendido de dicho centro, permanecerá estable. Y ese es el punto que tendería a unirse con el centro universal de las cosas pesadas, esto es, con el de la tierra, en el caso de que en cualquier medio pudiera descender libremente".*

Tal definición incluye la formulada por parte de Commandino[11] y retomada después también por Guidobaldo[12], así como la de *linea directionis* expuesta aquí explícitamente para definir mejor tal punto. La perspectiva galileana es, sin duda, más rigurosa y metodológicamente más válida que la de Commandino y Guidobaldo. Estos últimos, de hecho, utilizan en la definición de centro de gravedad el término 'momento' sin haber dado antes definición alguna. Galileo completa des-

---

[11] Commandino define el centro de gravedad de dos maneras: primero: "y llamamos centro de gravedad de todo cuerpo a un punto situado en su interior, del cual, si se imagina el grave suspendido, mientras se desplaza, queda en reposo; y mantiene la misma posición que al principio tenía: y no se da la vuelta en el desplazamiento". Poco después: "el centro de gravedad de cualquier figura sólida es aquel punto situado en su interior, alrededor del cual por todas partes hay partes de momentos iguales. Pues si por tal centro se traza un plano que corte la figura del modo que se quiera siempre la dividirá en partes que pesen lo mismo" (cfr. F. Commandino, *Liber de centro gravitatis solidorum*, cit.).

[12] Este no ofrece una definición propia de centro de gravedad, sino que se limita a citar la de Commandino.

pués la definición del centro de gravedad y del momento con tres 'Hipótesis de partida'.

La primera 'hipótesis' dice que el movimiento de los graves en caída libre tiene lugar a lo largo de la línea que une su centro de gravedad con el centro de la tierra.

La segunda dice que la gravedad de un cuerpo es como si estuviera concentrada toda en su centro de gravedad.

La tercera dice que el centro de gravedad de un sistema de dos cuerpos "igual de pesados" está en el centro de la línea que une los centros de gravedad de cada uno de los cuerpos.

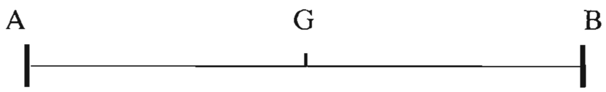

Figura 4

Esta última 'hipótesis' es particularmente importante. Ella configura el centro de gravedad G de un sistema de dos masas iguales como el fulcro de una balanza de brazos iguales de cuyos extremos se han suspendido dos pesos iguales. Ya que, por la segunda 'hipótesis' toda la gravedad (peso o masa) del sistema es como si se hubiera concentrado en el mencionado punto G, el sistema suspendido de G queda en equilibrio. Pero en tales condiciones los momentos respecto al baricentro común G de las gravedades de los dos pesos, situados en los extremos A y B, son iguales.

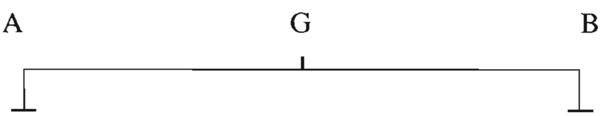

Figura 5

La importancia de la tercera 'hipótesis de partida' es entonces evidente: constituye el presupuesto fundamental para la enunciación de la ley del equilibrio estático, al establecer que pesos iguales situados a una distancia igual de su baricentro común están en equilibrio por ser iguales los momentos de las fuerzas que actúan.

Pero, si las distancias o los pesos no son iguales, ¿cuál es la situación de equilibrio?

Ya Arquímedes había demostrado que si A y B son dos pesos desiguales, y si sus distancias de un determinado punto C son tales que es válida la relación

$$A:B=CE:CD \quad (1)$$

siendo CD y CE, respectivamente, las distancias de A y B hasta C, entonces C es el centro de gravedad del sistema.

Arquímedes, sin embargo, no había demostrado lo contrario, es decir, que si C es el centro de gravedad de un sistema de dos masas diferentes, para que queden en equilibrio, los momentos de las fuerzas que actúan en D y E deben ser iguales, o bien, las distancias CD y CE deben satisfacer la relación (1). En otras palabras, Arquímedes había demostrado solamente que la (1) es condición necesaria para que quede en equilibrio el susodicho sistema. En *Las Mecánicas* Galileo, haciendo uso de un procedimiento fundamentado esencialmente sobre el concepto de momento poco antes definido, demuestra que la relación (1) es condición necesaria y suficiente.

Galileo considera un cilindro homogéneo CDEF suspendido en horizontal por los extremos C y D de un palo rígido de la misma longitud AB, y hace notar que el equilibrio persiste si al cilindro se le cortan los vínculos que lo mantienen suspendido de los extremos A y B y se lo suspende, a su vez, por el punto medio G del palo. En tal caso, de hecho, la perpendicular por G pasará por el baricentro del cilindro, y (dice Galileo) "en torno a dicha línea quedarían partes de momentos iguales".

Seguidamente, Galileo corta el cilindro en vertical por la línea IS, que pasa por H, y hace notar que las dos partes resultantes del cilindro, CISE y IDFS, permanecerán en equilibrio si se suspendieran de los puntos medios M, de AH, y N, de HB, respectivamente.

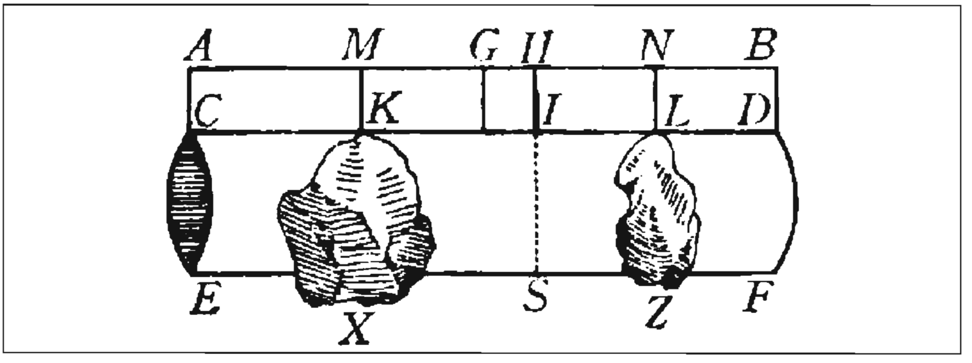

Figura 6

"Y ya empezará a verse (dice Galileo) *cómo colgando de los puntos extremos de la línea MN los dos graves CS, mayor, y SD, menor, resultan de momentos iguales y generan el equilibrio en el punto G, al ser mayor la distancia GN que la GM"*.

Pero, para hacer ver que efectivamente los susodichos momentos resultan iguales hace falta obtener la relación que se da entre los pesos CS y SD y las distancias NG y GM:

Siendo

$$MH = \frac{1}{2}\,AH$$

y

$$HN = \frac{1}{2}\,HB$$

$$MH+HN = \frac{1}{2}\,(AH+HB) = \frac{1}{2}\,AB$$

Por tanto,

$$MN=\frac{1}{2}AB=AG=GB$$

Si entonces se sustrae a MN y GB la parte común GN, se obtiene:

$$MN - GN = MG$$
$$GB - GN = NB = HN$$

y en consecuencia

$$HN = MG$$

Añadiendo a ambos miembros de esta igualdad la parte común GH tenemos:

$$MG + GH = MH$$
$$HN + GH = GN$$

y por tanto

$$MH = GN$$

Si entonces se considera la relación entre MH y HN, esta será igual a la relación entre GN y MG:

$$\frac{MH}{MH}=\frac{GN}{GN}$$

Por otra parte

$$\frac{MH}{NH}=\frac{KL}{IL}=\frac{2KL}{2\,IL}=\frac{CI}{ID}$$

Ahora que CI e ID representan las alturas de los sólidos cilíndricos homogéneos CS=CISE e IF=IDFS, los cuales tienen una base común. Por tanto, a la razón $\frac{CI}{ID}$ se la puede sustituir por la equivalente de los dos sólidos $\frac{CS}{SD}$

así que se puede escribir:

$$CS:SD=MH:NH$$
$$CS:SD=NG:GM \quad (2)$$

Y ya que los cilindros CS y SD pueden ser sustituidos por los sólidos X y Z, de igual peso y suspendidos de los puntos M y N, la (2) resulta

$$X:Z=NG:GM \quad (3)$$

que expresa la ley general del equilibrio de la palanca, es decir, que los pesos están entre sí en relación inversa a las distancias del fulcro.

Galileo reducirá el estudio de todas las demás máquinas simples al de la balanza, haciendo ver así que la (3) es principio fundamental, universalmente válido para todas las máquinas simples.

Querría terminar con algunas observaciones sobre el concepto de momento.

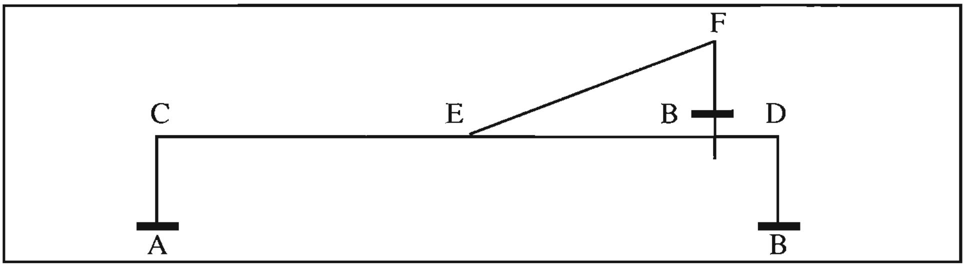

Figura 7

La definición de momento dada por Galileo es la definición habitual de momento estático que, en el caso de una balanza de brazos horizontales, no presentaba dificultad alguna, al ser claro que los brazos de los momentos de los pesos situados en C y en D son, respectivamente, las líneas que juntan los puntos C y D con E, o sea CE y DE. Pero, si se hace rotar el brazo ED como en la fig. 7 hasta llevarlo a EF, ¿el brazo del momento del peso B que cuelga de F es la línea que une E con F?, o sea ¿será el momento del peso B suspendido de F el mismo que cuando estaba suspendido de D?

Galileo precisa que las distancias del fulcro

> *"se deben medir con líneas perpendiculares, que desde los centros de gravedad de los dos pesos se trazan hacia el centro común de las cosas pesadas"*.

Por tanto, cuando ED rota hacia EF, el brazo del peso en F es menor que el del peso en D y, en consecuencia, se produce una disminución del momento del peso B que no estará ya en condiciones de equilibrar el peso A en C.

Otra consideración hay que hacer sobre la frase con la que termina la definición de momento de *Las Mecánicas*: "y por tanto, el momento, aquel ímpetu de ir hacia abajo, compuesto de gravedad, posición y alguna otra cosa por la que pueda estar causada tal tendencia".

¿Cuál es esa otra magnitud que pueda sustituir a la distancia? Para responder a esta pregunta es necesario dar un salto en el tiempo. En la segunda edición del 1612 del *Discurso en torno a las cosas que están bajo el agua, o que en ella se mueven*, Galileo añadió al texto de la edición precedente[13] algunas aclaraciones, entre las cuales figura la siguiente definición de momento:

[13] De mayo de 1612.

> *"Momento, entre los entendidos en Mecánica significa aquella «virtud», aquella fuerza, aquella eficacia con la cual el motor se mueve y el móvil resiste; tal virtud depende no sólo de la simple gravedad, sino de la velocidad del movimiento, de las diversas inclinaciones de los espacios sobre los cuales se produce el movimiento, porque más ímpetu cobra un grave al descender por un espacio muy en declive que en uno con menor declive. Y en suma, cualquiera que sea la causa de tal virtud, todavía mantiene el nombre de momento".*[14]

Por tanto, aquí, la distancia Galileo la ha sustituido por la velocidad, como si distancia y velocidad fueran magnitudes intercambiables (o equivalentes). Pero, ¿en qué sentido lo son realmente? Galileo lo aclara poco después estableciendo la equivalencia de esta definición con la de *Las Mecánicas*. De hecho dice:

> *"Como, por ejemplo, dos pesos iguales en gravedad absoluta, colocados en una balanza de brazos iguales, se mantienen en equilibrio y no se inclina uno levantando al otro, porque la igualdad de la distancia de ambos hasta el centro sobre el que la balanza se sostiene y en torno al cual ella se mueve haría que tales pesos, si se moviera esa balanza, recorrieran, en el mismo tiempo, espacios iguales, es decir, se moverían con igual velocidad, por lo que no hay razón alguna por la que este peso más que aquel o aquel más que éste deba bajar; y por eso se produce el equilibrio, y se mantienen sus momentos con una virtud similar e igual."*

Una balanza de brazos iguales que sostenga pesos iguales está en equilibro por estar dichos pesos colocados a igual distancia del fulcro de la balanza. El equilibrio persistirá si se hace oscilar la balanza en torno a dicho punto, porque los pesos suspendidos de los extremos de los brazos recorrerán, en un mismo intervalo de tiempo, arcos iguales, o bien se moverán a la misma velocidad.

Pero si tenemos una balanza ACB de brazos desiguales, de los extremos de la cual esté suspendido un mismo peso P, los arcos AA' y BB' no serán reco-

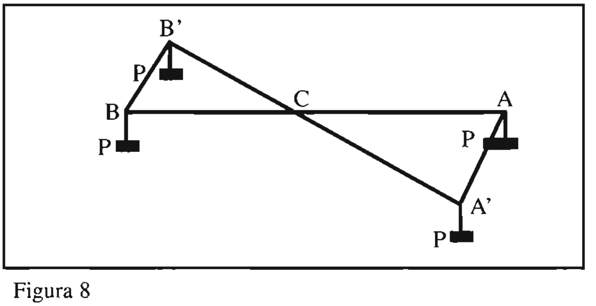

Figura 8

[14] Galileo añade: "ni me parecía que este sentido debiera resultar una novedad en nuestro argot; porque, si yo no me equivoco, me parece que con bastante frecuencia decimos "este es un asunto bastante grave, pero el otro es de poca importancia [*momento*]" y "nosotros nos ocupamos de asuntos menores, y transferimos los que son de importancia [*momento*]: metáforas (yo creo) tomadas de la Mecánica".

rridos a la misma velocidad, al tener que recorrer A, en el mismo tiempo, un espacio mayor que B.

Galileo, por tanto, hace aquí uso del principio aristotélico de las velocidades virtuales; pero, a diferencia del Pseudo-Aristóteles, que no se había atrevido a ir más allá en su investigación, determina la relación exacta que se da entre velocidad y gravedad de los pesos.

Dado que los triángulos ACA' y BCB' son isósceles y tienen ángulos respectivos con el mismo vértice, son semejantes. Se deduce que

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AA'}{BB'}$$

y, dado que en la circunferencia las cuerdas son entre sí como sus arcos respectivos, se obtiene

$$\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}} = \frac{\mathrm{AA'}}{\mathrm{BB'}} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{V'}}$$

Entonces, en la consideración del momento, la razón entre las velocidades $\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{V'}}$, puede sustituir a la de las distancias $\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}}$

> *"resulta, pues, ser la velocidad del movimiento del grave B, al descender, tan superior a la velocidad del otro móvil, al ascender, cuanto la gravedad de este excede la gravedad de aquel".*

Galileo puede llegar a la conclusión:

> *"a partir de este discurso podemos llegar a conocer cómo la velocidad del movimiento es capaz de aumentar el momento en el móvil, conforme a la misma proporción con la que la velocidad del movimiento se ve aumentada".*

Y, como pesos iguales, situados a distancias desiguales, tienen momentos directamente proporcionales a las distancias, así pesos iguales, dotados de velocidad desigual, tienen momentos tales que será

> *"más potente el más veloz -dice Galileo-: conforme a la proporción de su velocidad respecto a la velocidad del otro".*

Se trata de una traducción en términos de velocidad del principio arquimediano del equilibrio de la palanca, o mejor, como el propio Galileo deja entender, del principio situado en la base de la Mecánica aristotélica en términos arquimedianos.

No se trata, bien mirado, de una simple operación de recuperación de la Mecánica aristotélica, sino de una confirmación del principio de conservación que Galileo había establecido desde el principio en la introducción de la versión larga.

Por tanto, la afirmación de Galileo de que *"no se puede engañar a la naturaleza"* estaba en cualquier caso salvada, ya sea que se quisiera reconsiderar la Mecánica desde el punto de vista arquimediano, o desde el de la tradición aristotélica.

Traducido del italiano por *Manuel García García*
Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia