

Los *Principia* de Newton

MIGUEL HERNÁNDEZ GONZÁLEZ
Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia

I. Introducción

Así se expresa Voltaire en una de sus *Cartas filosóficas* (1734):

«Un francés que llega a Londres encuentra las cosas muy cambiadas en filosofía, como en todo lo demás. Ha dejado el mundo lleno; se lo encuentra vacío. En París se ve el universo compuesto de torbellinos de materia sutil; en Londres, no se ve nada de eso. Entre nosotros, es la presión de la Luna la que causa el flujo del mar; entre los ingleses, es el mar el que gravita hacia la Luna, de tal forma que, cuando creéis que la Luna debería darnos marea alta, esos señores creen que debe haber marea baja; lo que desdichadamente no puede verificarse pues habría hecho falta, para aclararlo, examinar la Luna y las mareas en el primer instante de la creación.»

Las razones de este hiato entre el pensamiento científico en Inglaterra y en el Continente hay que buscarlas en el nuevo Sistema del Mundo elaborado por Isaac Newton a lo largo de un periodo que se extiende desde los años 1665–1666, cuando comenzó a ocuparse de la conexión entre ciertos movimientos, en particular el movimiento circular, y las fuerzas que los producen, hasta 1687, año en el que se publican los *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Este libro, cuyo título tiene en cuenta el que Descartes había escogido para el tratado que consideraba la culminación de su filosofía, *Principia Philosophiæ* (1644), cambiaría radicalmente la visión del Universo. Voltaire no está haciendo otra cosa que constatar la radicalidad de ese cambio y lo disímiles que son los *Mundos* de Descartes y Newton, como también eran profundamente disímiles los *Mundos* cartesiano y aristotélico.

II. Una breve excursión por los Sistemas del Mundo anteriores a Newton

Resulta inevitable, antes de proceder a analizar el contenido de los *Principia* de Newton, recordar algunas de las características de los más importantes Sistemas del Mundo que precedieron al construido por nuestro autor. El recorrido, selectivo e interesado, nos exigirá, inevitablemente, parada y fonda en diversas cuestiones de física y, en algún momento, de filosofía.

1.- El primero al que hay que hacer mención tiene el sello de Aristóteles y en él se encuentra definida y argumentada esa escisión, que tanto esfuerzo requeriría cerrar, entre lo terrestre –sede del cambio y la mutación– y lo celeste –morada de lo inalterable y perfecto–. También aparece en este sistema una concepción del espacio en la que éste, amén de ser finito, posee propiedades que, vinculadas al lugar, dinamizan la materia ubicada en él hasta hacerle ocupar aquél que es acorde a su naturaleza: su *lugar natural*.

Consustancial a la visión aristotélica del movimiento es la idea de que *todo movimiento exige un motor*, idea que traducida al lenguaje de la física establece una relación causal entre movimiento y fuerza.

Las elaboraciones posteriores de Ptolomeo con el objetivo declarado de mejorar la precisión y hacer útil la astronomía, *salvando las apariencias*, no modificaron sustancialmente el soporte físico del Cosmos y la física aristotélica pudo mantener su hegemonía hasta mediados del siglo XVI, cuando la irrupción de una astronomía alternativa alumbró un nuevo Sistema del Mundo.

2.- La publicación en 1543 del *De Revolutionibus* copernicano iba a iniciar una mutación esencial que acabaría transformando no sólo la astronomía y, con posterioridad, la física sino también alterando el sustrato cultural de la época porque sus consecuencias obligaban al hombre a reubicarse en el Mundo. Un Mundo que, poco a poco, iba mostrándose distinto al conocido o al imaginado por los antiguos. Los límites del Cosmos pasaron a ampliarse hasta desaparecer finalmente: el Cosmos cerrado devino Universo abierto y el espacio jerarquizado comenzó a perder crédito; no es extraño, pues, que comenzara a cuestionarse, primero de modo retórico y más tarde apoyándose en las observaciones telescópicas –el hombre había aumentado por entonces, mediante artificios, hasta extremos impensables su capacidad de ver más allá– la escisión clásica de lo terrestre y lo celeste.

Es éste un periodo en el que se produce una profunda mutación en *el modo de mirar*, que se apoya no sólo en los cambios económicos, sociales y políticos del periodo sino también en la construcción de una nueva metafísica que se va paulatinamente afianzando y asentando. Las ideas establecidas van perdiendo su carácter de verdades incontestables y las grietas de un edificio, hasta entonces sólido, comienzan a hacerse perceptibles. El aire de los tiempos es distinto y así lo ponen de manifiesto muchos de los textos que entonces ven la luz. De este modo se inicia la Primera Jornada de los *Diálogos sobre los dos máximos sistemas del mundo*:

«Y puesto que Copérnico, al colocar la Tierra entre los cuerpos móviles del cielo, viene a convertirla también a ella en un globo semejante a un planeta, será oportuno que el principio de nuestras consideraciones sea examinar cuál y cuánta es la fuerza y el poder de los argumentos de los peripatéticos en la demostración de que tal afirmación sea del todo imposible, por considerar que es necesario introducir en la naturaleza sustancias diversas entre sí, esto es la celeste y la de los elementos, la primera impasible e inmortal, la segunda alterable y caduca.»

Y así continúa más adelante:

«No deja de asombrarme en gran manera, e incluso ofender a mi intelecto, oír que se atribuya gran nobleza y perfección a los cuerpos naturales e integrantes del universo ese ser impasible, inmutable, inalterable, etc., y por el contrario que se considere una gran imperfección el ser alterable, generable, mudable, etc. Por mi parte, considero a la Tierra nobilísima y admirable por tantas y tan diversas alteraciones, mutaciones, generaciones, etc., que se producen incesantemente en

ella. Y si sin estar sujeta a cambio alguno fuese toda ella una vasta soledad de arena o una masa de jaspe o si, en el momento del diluvio, helándose las aguas que la cubrían se hubiera convertido en un inmenso globo de cristal en el que nada naciese ni se alterase o cambiase cosa alguna, yo la consideraría un corpachón inútil en un mundo lleno de ocio y, para decirlo brevemente, superfluo y como si no estuviese en la naturaleza y nos produciría la misma sensación de diferencia que la que existe entre un animal vivo y uno muerto. Y lo mismo digo de la Luna, de Júpiter y de todos los demás globos del mundo.»

El cambio de perspectiva que el extracto anterior sugiere es radical, aunque acorde con los tiempos que corren: lo mutable, lo nuevo, lo lábil, lo activo desplazan a lo viejo, tradicional, inmóvil e inactivo. Renovación, pues, en la sociedad, en el pensamiento, en las ciencias y las técnicas. El cuestionamiento de los presupuestos aristotélicos iba a llegar mucho más allá, alcanzando, como no podía ser de otro modo, a toda su física. Galileo y Descartes pueden servirnos de ejemplos paradigmáticos de dos de los modos de articular este cuestionamiento al viejo Sistema del Mundo.

Galileo someterá a un riguroso escrutinio muchas de las ideas que sobre el comportamiento de la naturaleza sostienen los aristotélicos. Las nociones de levedad y pesantez serán estudiadas a la luz de las ideas arquimedianas y la caída de graves, el lanzamiento de proyectiles, etc., el movimiento, en suma, será embridado en el lenguaje de las matemáticas. Producto de esa labor es, por un lado, la construcción de nociones nuevas y por otro, la obtención de leyes de carácter cuantitativo: el mundo del *más o menos* cede su lugar al de la *precisión y la medida*.

Diversos autores se han interrogado a menudo sobre la Cosmología oculta de Galileo y han especulado sobre su posible contenido y sobre las razones de sus silencios, pero lo que sí parece fuera de toda duda es que en su forma de aproximarse a los fenómenos naturales muestra una cautela admirable y un embridamiento consciente de su imaginación. Así se expresa en el proemio con que inicia la Tercera Jornada de los *Discorsi*:

«Se abren las puertas de una inmensa e importantísima ciencia, de la que estas investigaciones nuestras pondrán los fundamentos. Otras mentes, más agudas que la mía, penetrarán, después, hasta sus lugares más recónditos.»

Y de este modo concluye una discusión sobre las causas del movimiento de caída:

«No me parece éste el momento más oportuno para investigar la causa de la aceleración del movimiento natural y en torno al cual algunos filósofos han proferido distintas opiniones.»

Se mantiene, claramente, ajeno a las grandes teorizaciones y se coloca, él sí, en las antípodas no sólo del aristotelismo sino también de otros sistemas que comparten con éste las pretensiones de explicación de la totalidad.

«Esta vana presunción de entenderlo todo (aspiración de la Filosofía) no puede deberse sino al hecho de no haber entendido nada, dado que si alguien hubiera

llegado al menos una vez a comprender algo perfectamente y hubiera sabido verdaderamente cómo se adquiere el conocimiento, sería consciente de que nada sabe acerca de la infinidad de las restantes verdades.»

Por otra parte, Descartes, más ambicioso que el italiano y quizás, por temperamento, más necesitado de certezas, amén de más presuntuoso, desarrollará un nuevo sistema filosófico, esencialmente distinto del aristotélico, desde el que se sentirá capaz de articular un Sistema del Mundo alternativo con pretensiones omniabarcadoras. En estos términos le escribe al padre Mersenne en 1629:

«Pues desde que le escribí hace ya un mes, no he hecho otra cosa que delinear el argumento, y en lugar de explicar un fenómeno solamente [se refiere al de los parhelios], me he decidido a explicar todos los fenómenos de la naturaleza, es decir, toda la Física. Y el proyecto que tengo me produce más satisfacción que cualquier otra que haya tenido, pues creo haber encontrado un medio para exponer todos mis pensamientos de una forma que satisfará a muchos y que no dará a otros ocasión alguna para contradecirlos.»

Y será en ese proceso de explicación de *todos los fenómenos de la naturaleza*, tarea que a su juicio compete a la Física, cuando construya su Mundo. Para Descartes el problema se plantea en estos términos: sin la teoría aristotélica de la materia el Cosmos geocéntrico no se sostiene, se trata pues, y a ellos dedica sus esfuerzos, de mostrar la falsedad de aquélla a fin de mostrar la inadecuación del Sistema del Mundo que en ella se basa.

Construye, pues, un nuevo sistema, claro y distinto de acuerdo con su concepción filosófica, que sustenta sobre una nueva teoría: el mecanicismo. Olvida por ello los problemas de detalle en los que, a su juicio, se entretienen otros críticos del aristotelismo, entre los que incluye a Galileo, y centra su trabajo en la construcción de una *física con fundamento*, de la que es parte esencial una nueva concepción de la materia. Incluimos a continuación las características fundamentales de su sistema tal y como aparecen recogidas en el trabajo de Javier Ordóñez y Ana Rioja, *Teorías del Universo: de Galileo a Newton, Volumen I* :

1. *La extensión es el atributo que defina a la materia y sólo a ella. Todo lo material es extenso y todo lo extenso es material.*
2. *Por el hecho de ser extensa, la materia tiene figura, tamaño y posición, pero no color, olor o sabor. Las cualidades no son, pues, objetivas.*
3. *Puesto que todo lo extenso es material, el espacio vacío es imposible. El mundo es lleno.*
4. *Toda extensión es impenetrable.*
5. *No hay límite a la divisibilidad de las partes de la materia. La doctrina de los átomos debe ser rechazada.*
6. *El mundo es infinito (en terminología cartesiana, indefinido)*
7. *El mundo es homogéneo. La distinción entre cielo y Tierra carece de fundamento.*

8. *De la extensión no deriva el movimiento. En consecuencia, el modo de ser de la materia es radicalmente pasivo.*
9. *En los cuerpos no se contiene ningún principio espontáneo de movimiento. La causa de éste es siempre extrínseca.*
10. *El movimiento se transmite por contacto, nunca a distancia.*
11. *En un mundo lleno, los movimientos se realizan en forma de torbellino, remolino o vórtice. Los desplazamientos en línea recta no son posibles.*
12. *El comportamiento de los seres naturales en nada se diferencia del de las máquinas. Los mismos principios rigen unos y otras.*

A partir de estas ideas Descartes se propone explicar todos los fenómenos terrestres y celestes sin establecer distinción alguna entre ellos. La pasividad de la materia exige, sin embargo, dar cuenta, en primer lugar de la existencia del movimiento y en segundo lugar del orden que rige en el mundo. Necesitará, pues, admitir la existencia de ciertas leyes, que conciernen al movimiento y que son necesariamente mecánicas, a partir de las cuales el caos devino orden, orden que se automantiene.

Estas leyes son tres y su contenido está guiado tanto por su visión genética del devenir del Universo –idea ésta de enormes repercusiones no sólo en el ámbito de la física sino en el conjunto de las ciencias naturales– como por su filosofía mecánica. Pese a su rechazo explícito del atomismo creemos percibir en ellas los ecos de la construcción epicúrea, conservación de la materia y del movimiento y un mecanismo plausible para generar la acreción –el *clinamen* en el caso griego.

Primera ley: «Cada parte de materia, [considerada] individualmente, permanece siempre en el mismo estado, en tanto el encuentro con las demás no la obliga a modificarlo. Es decir, que si tiene cierto tamaño, no lo reducirá jamás a menos que las demás la dividan; si es redonda o cuadrada, no modificará jamás esta figura, sin que las demás no la obliguen a ello; si está en reposo en algún lugar, no partirá jamás de allí en tanto las demás no la desplacen de dicho lugar; y si ya ha empezado a moverse, continuará haciéndolo siempre con idéntica fuerza hasta que las demás la detengan o la retarden.»

Segunda ley: «Cuando un cuerpo se mueve, aunque su movimiento se realice lo más frecuentemente en línea recta y no pueda darse jamás ninguno que no sea en alguna forma circular, sin embargo, cada una de sus partes, [considerada] individualmente, tiende siempre a continuar el suyo en línea recta. Y así su acción, es decir, la inclinación que tienen a moverse, es diferente de su movimiento.»

Tercera ley: «Cuando un cuerpo empuja a otro, no podría transmitirle ningún movimiento, a no ser que pierda al mismo tiempo otro tanto del suyo, ni podría privarlo de él, a menos que aumente el suyo en la misma proporción. [...] Si suponemos que Dios ha puesto cierta cantidad de movimiento en toda la materia en general desde el momento mismo en que la ha creado, hay que reconocer que la conserva siempre.»

La importancia de estas leyes no puede minusvalorarse dado que por un lado, se enuncia, en las dos primeras, de modo nítido un principio de inercia rectilínea que obliga a investigar las razones de toda trayectoria curva –el embridamiento de lo centrífugo puede

convertirse, así, en objeto de estudio– y por otro, en la tercera, se acude a un principio de conservación del movimiento que evita la acción exterior continuada de *algo o alguien* exterior al sistema. Volveremos sobre este asunto en el contexto del estudio que sobre la noción de gravedad vamos a emprender a continuación.

A.- Primera parada y fonda: ¿Qué es la gravedad?

La importancia que la noción de gravedad adquirirá en la configuración del Sistema del Mundo de Newton y la *actividad* que manifiesta en los movimientos que tienen lugar en las proximidades de la Tierra exige que nos detengamos, de forma necesariamente breve y sintética, en la historia de este concepto.

La caída de los cuerpos fue siempre objeto de análisis por todos aquellos que se ocuparon del estudio del movimiento y formó parte de cualquier intento de articulación de un Sistema del Mundo, no es extraño, pues, que constituyera un tema central de reflexión y que gravitara sobre la comunidad científica a lo largo de todo el siglo XVII.

Así, Gilles Personne de Roberval (1602–1675), en un debate celebrado en la Academia Real de las Ciencias que tenía como motivo aclarar *las causas de la pesantez*, distingue tres modelos explicativos o, con más precisión, tres *opiniones*, en las que se resumen las visiones que se habían sostenido hasta entonces :

- La pesantez reside exclusivamente en el cuerpo.
- La pesantez es común y recíproca entre el cuerpo pesante y aquél otro al que se dirige.
- La pesantez está producida por el esfuerzo de un tercer cuerpo que empuja al cuerpo pesante.

a) La noción esencial en torno a la gravedad hasta Copérnico no es otra que la que se deduce de la concepción aristotélica y más en concreto de su física de los lugares naturales. Se entiende, pues, aquella como *una tendencia (natural) de los cuerpos pesados (los graves) a aproximarse al centro del mundo*.

En esta concepción, además, existe una separación nítida entre la física terrestre y la celeste por lo que el comportamiento gravitacional, la pesantez, es privativo sólo de ciertos cuerpos –aquellos en los que predomina el elemento *tierra*. Existe en este modelo también, la tendencia contraria, *a huir del centro*, con el nombre de levedad.

Por la importancia que tendrá posteriormente, tanto en la física que construirá Galileo como en el modelo del Mundo que articulará Descartes, es reseñable el tratamiento que de este asunto realiza Arquímedes en su estudio sobre el equilibrio de los cuerpos flotantes; en él, la pesantez y la levedad son manifestaciones relativas que aparecen conectadas a las diferencias de densidad entre medio fluido y objeto, de tal manera que la levedad pasa a perder su estatus de propiedad absoluta para convertirse en relativa.

b) En el mundo copernicano la tendencia a aproximarse al centro es sustituida por *la tendencia de la parte separada del Todo a incorporarse a ese Todo, reuniéndose con él*. La pesantez ha dejado de ser privativa de la esfera terrestre.

Pese a sus diferencias, que reflejan el hecho fundamental de la pérdida del centro del Mundo, ambas visiones comparten la idea de que el motor, la tendencia, reside en el propio cuerpo por lo que no cabe asimilarla a una atracción a distancia que exige como agente del movimiento a otro cuerpo.

Esta concepción, la de una acción a distancia, aparece por primera vez de forma nítida en Kepler, quien en el Prefacio a su obra *Astronomia Nova* (1609) e incluso antes, en una carta a Maestlin en 1605, afirma que la teoría de la pesantez debe fundamentarse sobre el axioma de la atracción mutua de los cuerpos graves, ponderables:

«Si uno colocara una piedra a cierta distancia de la Tierra y supusiéramos que ambas no estuvieran sujetas a cualquier otro movimiento, entonces, no sólo la piedra se precipitaría sobre la Tierra sino que, también, ésta se precipitaría sobre aquélla; ambas recorrerían un tramo del total inversamente proporcional a su peso.»

Para Kepler, además, la virtud atractiva (*virtus tractoria*) de la Tierra se extiende más allá de la Luna y, por ello, si una fuerza *animada o de otra naturaleza no retuviera a la Luna sobre su órbita* ésta se aproximaría a la Tierra o, más exactamente, en consonancia con lo expresado en la cita anterior, ambas, Luna y Tierra se encontrarían en un punto intermedio. La gravedad se ha liberado de su atadura terrestre pero también, al igual que en el caso de Copérnico, se ejerce sólo entre cuerpos *emparentados*: no se ejerce, pues, entre la Tierra y el resto de los planetas ni entre el Sol y estos últimos.

El sistema kepleriano, con la ruptura definitiva de la circularidad de las órbitas, se ve en la necesidad de dar cuenta de las anomalías orbitales buscando una causa para las mismas; no es extraño, pues, que colocara en primer plano la pregunta *¿qué mueve a los planetas?* Este interrogante resultaría fundamental en la construcción de lo que más tarde, con Newton, será la ley de Gravitación Universal, pero es aún insuficiente por incompleto; su completitud requiere que se conecte a otra cuestión, aparentemente de menor relevancia y persistentemente sometida a estudio, *¿qué mueve a los proyectiles?* Sólo entonces, cuando se comprenda que ambas preguntas son en realidad la misma, podrá acabarse con la escisión entre Tierra y Cielos y podrá entonces articularse la ciencia moderna en cuyo núcleo está la concepción unificada del Universo.

De hecho, para Kepler, la respuesta a la primera pregunta tiene poco que ver con la noción de gravedad que se atisba en las citas anteriores; Sol y planetas tienen distinta naturaleza y la noción de gravedad no es aplicable a ellos. Resultaba inevitable, una vez afianzado el sistema heliocéntrico, que el cuerpo central adquiriera una relevancia especial, tanto más cuanto que el Sol tenía ya o había tenido, a lo largo de la historia de las ideas y de la cultura, un protagonismo acentuado.

Recientemente Copérnico lo había concebido en estos términos:

«Y en medio de todos está el Sol. ¿Quién podría situar esta luz en otro lugar o en un lugar mejor, desde el cual quedarán iluminados, al igual que ahora sucede, todas las cosas al mismo tiempo? No es por casualidad que unos lo llaman luciérnaga del mundo, otros, mente, otros, regulador. Trismegisto lo define como el dios visible, la Electra de Sófocles como el que ve todas las cosas. Así, pues, el Sol, al igual que si estuviera sentado sobre un trono real, gobierna la fórmula de los astros a los que envuelve.»

Para Kepler, sin embargo, el Sol no es sólo fuente de luz sino también su fuente de poder, le concederá por tanto el papel de agente motor. No es, pues, un centro de atracción gravitacional sino un centro de movimiento del que emergen fuerzas magnéticas y cuasi-magnéticas y, aún antes de que las observaciones astronómicas lo atestiguaran, lo dota de un movimiento de rotación que se transmite a los planetas por medio de una *species* inmaterial –análoga a la vez a la luz y a la fuerza magnética– que se atenúa con la distancia. Kepler, sin embargo, continúa apegado al dogma central de la dinámica aristotélica, *la fuerza es la causa del movimiento*, y por ello concebirá las fuerzas que empujan a los planetas como fuerzas en la dirección de la velocidad, tangenciales. Su desconocimiento de la ley de inercia y de la conexión causal entre fuerza y aceleración le impiden centrar su atención en la dirección en la que se producen los cambios de velocidad; no le es posible, en consecuencia, adquirir una noción clara de fuerza centrípeta, esencial para articular la ley de la gravitación. También en este caso habrá que volver a Galileo quien, como sabemos, atisbará tanto la ley de inercia como la conexión entre fuerza y aceleración.

c) El inspirador de la tercera de las *opiniones* recogidas por Roberval no es otro, como el lector habrá ya adivinado, que Descartes¹. En línea con su modo de filosofar señala a propósito del tratamiento galileano sobre la pesantez y la caída de los cuerpos:

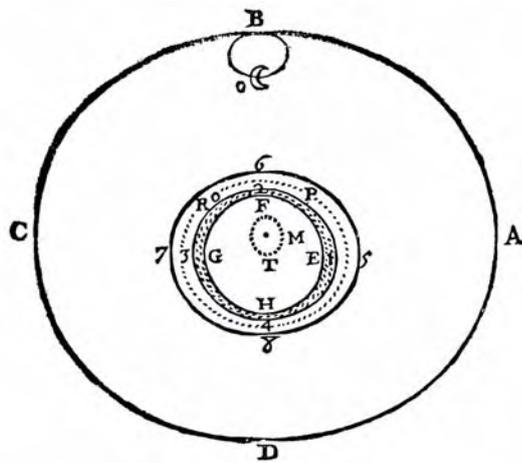
«Todo cuanto ha dicho sobre la velocidad de los cuerpos que descienden en el vacío, etc., está edificado sin fundamento alguno, pues, él habría debido en primer lugar determinar lo que es la pesantez; y si supiera la verdad sabría que aquella es nula en el vacío.»

La matematización del movimiento de caída que Galileo ha desarrollado, el cómo del movimiento, no es para Descartes lo esencial; para él lo importante es desvelar las causas de la pesantez y a ello dirige su atención en esos dos tratados en los que expone su física y su sistema del mundo: *El Mundo o el Tratado de la Luz* y *Los Principios de la Filosofía*. Para Descartes, como sabemos, el mundo es pleno, pero no estático. Su modelo, para entendernos, podría catalogarse como hidrodinámico, de fluidos en movimiento, y en él son moneda corriente los torbellinos, los vórtices. En ese mundo el peso es un efecto del movimiento de las partes de la materia sutil que llena todo el espacio – con el que se identifica – circundando e impulsando los cuerpos. Con mayor exactitud, el peso es debido

¹ Este autor ha sido objeto de atención en este Seminario, por lo que nos remitimos, para una profundización en su filosofía y en sus aportaciones matemáticas y físicas, a las ponencias *Descartes filósofo*, *Álgebra y Matemática en Descartes*, que aparecen en las *Actas del Seminario Orotava. Año II* y a la titulada *Fábula y sueño en el Discurso del método* editada en formato digital *Actas Años XI y XII*.

al exceso de movimiento, respecto a las distintas zonas de la Tierra, de las partes de la materia sutil que circunda a aquélla. Este exceso de movimiento tiende, como consecuencia de su centrifuguez, a alejar la materia sutil del centro en torno al que gira y por ello incita a otros cuerpos a reemplazarla, es decir a descender a la Tierra. El peso es, pues, un efecto mecánico provocado únicamente por los movimientos de la materia sutil. Así lo expresa en *El Mundo*:

«Mas deseo ahora que consideréis cuál es la pesantez de esta Tierra, es decir, la fuerza que une todas sus partes y que hace que tiendan todas hacia su centro, cada una más o menos en función de su tamaño y su solidez. Esta no es otra cosa y no consiste sino en las partes del pequeño cielo que rodean [a la Tierra], al girar mucho más deprisa que las suyas alrededor de su centro, tienden también con más fuerza a alejarse de ellas y en consecuencia las repelen.»



«[...] Pero a fin de que entendáis esto más claramente considerad la tierra EFGH, con el agua 1-2-3-4 y el aire 5-6-7-8, los cuales, como os diré después, no están compuestas sino de algunas de sus partes menos sólidas y forman una misma masa con ella. Considerad además la materia del cielo que llena, no sólo todo el espacio que hay entre los círculos ABCD y 5, 6, 7, 8 sino también todos los pequeños intersticios que hay por debajo entre las partes del aire, del agua y de la Tierra. Y pensad también que, al girar conjuntamente este cielo y esta Tierra alrededor del centro T, todas sus partes tienden a alejarse de él, si bien las del cielo lo hacen con mucha más fuerza que las de la Tierra, debido a que están más agitadas.[...] De esta manera, si todo el espacio que está más allá del círculo ABCD estuviera vacío, es decir, si no estuviera lleno más que de una materia que no pudiera resistirse a las acciones de los demás cuerpos, ni producir en ellos ningún efecto apreciable (pues es así como hay que tomar el término *vacío*), [entonces] todas las partes del cielo que están en el círculo ABCD saldrían de él las primeras, a continuación les seguirían las del aire y el agua y finalmente lo harían también las de la Tierra, cada una de ellas tanto más prestamente cuanto menos ligadas se encontraran al resto de la masa; del mismo modo que una piedra sale despedida de la honda en la que se la agita, tan pronto como se suelta la cuerda, o que el polvo que se posa sobre una peonza mientras gira, se aparta inmediatamente de ella por todos los lados.»

Para Descartes, que niega toda existencia a las fuerzas de atracción, la existencia del vacío además de no encajar en su construcción teórica, provocaría la desintegración de toda agrupación material, la cual, paulatina y sucesivamente, iría alejándose del centro de vorticidad. La gravitación, concebida en términos mecánicos, en términos de fuerzas de presión por contacto, no sería posible.

«Considerad además que, al no haber ningún espacio más allá del círculo ABCD que esté vacío, ni al que puedan ir las partes del cielo contenidas dentro de ese círculo, a menos que en el mismo instante entren otras en su lugar que sean semejantes a ellas, las partes de la Tierra no pueden asimismo alejarse más de lo que lo hacen del centro T, a no ser que desciendan en su lugar partes] del cielo o bien otras [partes] terrestres, tantas cuantas sean necesarias para llenarlo. Y recíprocamente, tampoco pueden acercarse a dicho centro, a menos que otras tantas partes asciendan en su lugar. Unas y otras se oponen entre sí; cada una lo hace con respecto a las que deben entrar en su lugar en el caso de que asciendan, o también con respecto a las que deben entrar en él en caso de que desciendan, tal como hacen los dos brazos de una balanza. En efecto, de la misma manera que uno de los brazos de la balanza no puede subir ni bajar sin que el otro haga lo contrario al mismo tiempo, y que el más pesado arrastra siempre al otro, así la piedra R, por ejemplo, se opone de tal modo a la cantidad de aire (exactamente igual a su tamaño) que hay sobre ella y cuyo lugar debería ocupar en caso de alejarse más del centro T, que sería necesario que este aire descendiera a medida que ella ascendiera. Y asimismo se opone de tal modo a otra cantidad parecida de aire que hay por debajo de ella y cuyo lugar debe ocupar en caso de aproximarse a ese centro, que sería preciso que descendiera cuando este aire ascendiera.»

La pesantez resulta, pues, ser una consecuencia centrípeta de las tendencias centrífugas de las que están dotadas las partículas más ligeras de los vórtices.

B.- Segunda parada y fonda: Del movimiento y sus leyes, graves y planetas

Pese al fracaso de Kepler en su búsqueda de las causas de los movimientos planetarios, sus aportaciones cinemáticas resultarán fundamentales. El proceso de articulación de las leyes que llevan su nombre exigiría mayor atención que la que aquí vamos a dedicarle por lo que sólo nos limitaremos a unos breves apuntes.

En Kepler, al igual que en muchos otros científicos de la época, existe el convencimiento de que el Universo está organizado (o más exactamente diseñado) de acuerdo a leyes matemáticas; no es extraño, pues, que en su actividad haya una continua búsqueda de armonías. Así, como relata Koestler en su polémico, pero sugerente libro, *Los sonámbulos*: «El 9 de Julio se le ocurrió repentinamente una idea, con tal fuerza, que creyó tener en sus manos la llave del secreto de la creación». Esa idea, tema central de *El Secreto del Universo (Mysterium Cosmographicum 1597)*, no es otra, en un primer momento, que la certidumbre de que el Universo está construido sobre el esqueleto invisible de ciertas figuras geométricas –triángulos, cuadrados, polígonos regulares– y, más tarde, sobre el de los misteriosos y únicos cinco sólidos regulares de la tradición pitagórica y platónica: «¿Puede ser acaso una mera casualidad que sólo existan cinco de estos cuerpos y sólo seis

planetas [número de los conocidos en su época]?¿No guardarán estos números alguna relación oculta?». Kepler emplearía mucho tiempo tratando de encajar el tamaño de las órbitas en un modelo de figuras inscritas y circunscritas a estos poliedros regulares y sólo a regañadientes, obligado por la presión de los datos precisos de las observaciones de Tycho Brahe, abandonará esta estructura de singular belleza. Obsesionado por estas ideas sobre la existencia de armonías escondidas intentará asociar la música a la cadencia temporal de las órbitas y en ese proceso de búsqueda encontrará, asumidas ya sus dos primeras leyes para el movimiento planetario y publicadas en la *Astronomia Nova (1609)*, las relaciones entre los periodos de revolución de los planetas y las distancias medias entre estos y el Sol; enunciará así la que será su tercera ley. Junto a esta obsesión pitagórica hay en Kepler un respeto profundo por los datos experimentales obtenidos mediante medidas precisas. Esta coexistencia de lo místico y lo empírico, de los vuelos desatados de la imaginación y el riguroso control de los datos observacionales son el sello de su personalidad. Koestler lo retrata con claridad cuando afirma: «Kepler, con un ojo estaba leyendo el pensamiento de Dios y con el otro miraba de soslayo, con envidia, las esferas armilares de Tycho Brahe.» Las leyes de Kepler afirman lo que sigue:

1. Los planetas describen órbitas elípticas con el Sol en uno de los focos.
2. Las órbitas se recorren de tal modo que el radio vector que une el Sol con el planeta recorre áreas iguales en tiempos iguales.
3. Los cuadrados de los periodos de revolución son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de la órbita. La constante de proporcionalidad es la misma para todos los planetas.

Al margen de la percepción que Kepler tuviera sobre las mismas –simples hallazgos dentro de lo que consideraba su obra máxima, *el descubrimiento de las armonías del Universo*– estas leyes suministran una información sobre el movimiento planetario que, en manos de Newton y tras un largo proceso de análisis y ponderación, resultará crucial para deducir las fuerzas responsables del mismo. No sólo nos indican la forma de las órbitas, el modo en que se recorren o la existencia de una relación constante entre las distintas órbitas sino que, además, sugieren una causa común, asentada en el Sol, para todos los movimientos. En efecto, las tres leyes le dan a éste un papel especial y parecen sugerir que él suministra la fuerza rectora que mantiene a los planetas moviéndose como lo hacen.

De especial relevancia para la construcción de lo que se denomina la *nueva Física* resultan, como es bien sabido, no sólo los análisis galileanos sobre el principio de inercia, la conexión fuerza-movimiento, la relatividad del movimiento, o los múltiples descubrimientos astronómicos –instrumentales como el telescopio u observacionales como la detección de los satélites de Júpiter, las fases de Venus, la aparente composición de la Luna, etc.– que sirven para afianzar la nueva visión sobre el Mundo, sino también la matematización de los movimientos –uniforme, de caída de graves o de proyectiles– que emprende en su obra *Discursos y Consideraciones sobre dos nuevas ciencias*. Daremos, pues un rodeo que tiene como figura central a Galileo, aunque sin extendernos demasiado en sus aportaciones que ya han sido tratadas con amplitud tanto en este Seminario como en el *Eurosymposium* que sobre él se celebró el año 2001, antes de volver al tema de la gravitación en Borelli, Huygens y Hooke, ilustres predecesores de Newton sobre este asunto.

La noción de inercia, el Principio de inercia circular que Galileo desarrolla, parece estar ligada, al decir de Stillman Drake, a una cuestión que trasciende el problema terrestre con el que la introduce en los *Diálogos* y que tiene que ver con el que suscita el movimiento de los objetos celestes. En efecto, la disolución del Cosmos de las esferas obligó a retomar una cuestión que hasta entonces solventaban estas esferas: ¿cómo se mantenían los objetos planetarios en sus órbitas, ahora circunsolares?

Resulta llamativo, y así lo han señalado numerosos estudiosos, que Galileo no haya prestado una atención especial a la elipticidad de las órbitas planetarias, señalada por Kepler en obras que aquél conocía. Este silencio, sin embargo, puede explicarse si, como señala Stillman Drake, la admisión de esa elipticidad abriera, por una parte, nuevamente la puerta a las corrientes animistas que Galileo combatía y, al mismo tiempo, no encajara en la nueva física que llevaba años desarrollando.

Un par de consideraciones, pues, sobre esa nueva física en construcción cuya referencia esencial es el libro de los *Discorsi* y de la que pueden encontrarse también algunas muestras en otros libros de Galileo, en especial en los *Diálogos* y en el *Sidereus Nuntius*.

Para entender las razones por las que Galileo elude pronunciarse sobre las causas del movimiento de la caída de los cuerpos, quizás convendría recordar que la noción intuitiva de fuerza va asociada al contacto (empujar, tirar, presionar, resistir, etc.) y que en este tipo de acciones es fácilmente identificable el agente responsable. De ahí las dificultades que surgen tanto en el movimiento de caída –al que hábilmente se le denomina *natural* para obviar sus causas motoras– como en los movimientos de los objetos lanzados y de ahí, también, la adjudicación de una naturaleza especial a los móviles objetos celestes. En todos estos casos no aparece de modo identificable el motor responsable del movimiento y, por ello, hasta que no se clarificó adecuadamente tanto la noción de gravedad como el principio de inercia, reinó la confusión.

En un pasaje justamente famoso de los *Discorsi* Galileo se aproxima a la formulación de un principio de inercia –que acaba concibiendo como circular– y al establecimiento de la conexión entre fuerza y cambio de movimiento:

«SALVIATI: [...] ¿Cuál creéis que es la causa de que la bola se mueva espontáneamente sobre el plano inclinado hacia abajo y que no lo haga, sin violencia, sobre el inclinado hacia arriba?

SIMPLICIO: Porque la inclinación de los cuerpos graves es la de moverse hacia el centro de la Tierra, y sólo mediante la violencia hacia la circunferencia. Y la superficie inclinada hacia abajo es la que va aumentando la proximidad al centro, y la inclinada hacia arriba va aumentando la distancia.

SALVIATI: Así pues, una superficie que no hubiera de tener inclinación ni hacia arriba ni hacia abajo, tendría que ser igualmente distante del centro en todas sus partes. Pero, ¿existe en el mundo alguna superficie así?

SIMPLICIO: No carecemos de ellas. He aquí la de nuestro globo terrestre, en el caso de que fuese bien pulida, y no escabrosa y montañosa como es. Pero está la del agua cuando está plácida y tranquila.

SALVIATI: Así pues, una nave que vaya moviéndose por el mar en calma es uno de esos móviles que avanzan por una de esas superficies que no son ni inclinadas ni hacia arriba ni hacia abajo, y por tanto, si le fuesen eliminados todos los obstáculos accidentales y externos, estaría en disposición de moverse incesante y uniformemente con el impulso recibido una vez

SIMPLICIO: Así me parece que debe ser.»

Tercera parada y fonda: De fuerzas centrífugas y centrípetas

La obra de Descartes no es la única en la que se trata de encontrar respuesta a un interrogante –¿por qué razón se curva la trayectoria de los planetas?– que, en una época en la que la naturaleza material de los objetos celestes y terrestres se había unificado y se afianzaba la idea de la inercia rectilínea, no permitía ya escapatoria alguna. Borelli (1608–1679), Huygens (1629–1695) y Hooke (1635–1703) son algunos de los científicos que se ocuparán del tema y a sus ideas vamos a dedicar un espacio que, necesariamente, será breve. ¿Cómo concebía cada uno de ellos el problema que nos ocupa?

Antes de argumentar, desde una perspectiva nítidamente mecánica, Borelli presenta el *estado de la cuestión* en estos términos:

«[...] Debemos interrogarnos sobre la virtud por la que los planetas son movidos en torno al Sol, o en torno a Júpiter, es decir, [debemos preguntar] si esta fuerza procede de un principio natural, interno, o de un principio externo, violento, o de ambos a la vez; y si este principio resultara ser interno, si es «animástico», como el principio de movimiento en los animales, o natural, como la tendencia de los graves a caer, o el deseo por el que un imán atrae al hierro; pero si, por otra parte, la mencionada virtud resultara ser externa, debemos preguntarnos si resulta dependiente de ciertas inteligencias o espíritus angélicos o si es similar a la del movimiento de proyectiles².»

Borelli plantea, a continuación, el tema en los términos siguientes:

«Los planetas tienen un cierto apetito natural a unirse a la esfera del mundo en torno a la cual se mueven, razón por la cual de hecho tienden a acercarse a ella con todas sus fuerzas; en concreto, los planetas al Sol y los planetas mediceos a Júpiter. Por otro lado es indudable que el movimiento circular confiere al móvil un ímpetus para alejarse del centro de revolución [...]. Suponemos, por tanto, que el planeta tiende a aproximarse al Sol y que al mismo tiempo, debido al ímpetus del movimiento circular, adquiere el ímpetus para alejarse del centro solar. En tanto que las fuerzas contrarias sean iguales (una, en efecto, se ve compensada por la otra), el planeta no podrá ni acercarse ni

² Las citas anteriores se encuentran en el estudio de Borelli, *Theoricae mediceorum planetarum*, del que existe traducción parcial en la obra de Alexander Koyre *La révolution astronomique*, Hermann (1961)

alejarse del Sol, ni tampoco podrá encontrarse fuera de un espacio concreto y determinado, de modo que aparecerá en equilibrio y sobrenadando.»

Para sustentar sus concepciones llegará a construir diversos modelos mecánicos mediante los que trata de hacer plausibles sus concepciones sobre el movimiento planetario sin tener que acudir a soluciones que incluyan el concurso de *inteligencias o almas*:

«Si pudiéramos probar que todas estas cosas que hemos descrito [se refiere al preciso y repetido movimiento elíptico de los planetas o satélites] pueden ser producidas por medio de un simple poder natural, sea interno o externo, no tendríamos necesidad alguna de recurrir a otro tipo de agentes.»

El avance de sus soluciones, en relación con el *estado de la cuestión* que hemos delineado en la cita inicial, resulta evidente.

A Huygens se debe la cuantificación de la fuerza centrífuga, trabajo que exige abordar de una forma nueva el movimiento circular; para ello usará como modelo el que ejecuta una piedra sujeta a una honda. Este trabajo, que tendrá una profunda repercusión en el asunto que aquí nos ocupa, lo emprendió no con el objetivo explícito de analizar el movimiento planetario sino en el contexto de sus investigaciones sobre el reloj de péndulo que acabaría recogiendo en la obra que lleva por título *Horologium oscillatorium* (1673). Ahí enuncia trece teoremas sobre la fuerza centrífuga, concebida como el esfuerzo de la materia por alejarse del centro de rotación, que asimila a una tendencia que el cuerpo adquiere en virtud de su trayectoria circular y de la que es capaz de dar un valor:

$$F = m \frac{v^2}{r}$$

Compara, a continuación, los movimientos de un cuerpo grave que gira con una rueda a la que está atado mediante una cuerda con los de ese mismo cuerpo grave cuando se deja oscilar, al modo de un péndulo, bajo la acción gravitacional, y de la observación de que en ambos casos aparece una tensión del mismo tipo concluye que los efectos de la gravedad y de la fuerza centrífuga son idénticos. Su acción simultánea se contrarresta y, al modo de Borelli, produce una situación de equilibrio que explica la trayectoria circular resultante³.

Será Hooke, sin duda, el que más se aproxime a la solución que luego acabará tomando cuerpo en los desarrollos de Newton y será a él a quien éste, pese a sus reiterados esfuerzos por negarlo, deberá parte de las pistas que le conducirían a la formulación de la ley de Gravitación. En efecto, en 1664, con ocasión de la observación de un cometa, interpretó la desviación de su trayectoria en las proximidades del Sol como resultado de la acción atractiva de dicho astro; el título de la Memoria presentada ante la Royal Society es suficientemente expresivo: *On the inflection of a direct motion into a curve by a supervening Attractive Principle*.

³ A diferencia de Borelli, Huygens sigue manteniendo para la gravedad una explicación en línea con la que antes hemos explicitado al hablar de Descartes; no hay en él, pues, referencia alguna a fuerzas de atracción.

El cambio de perspectiva, en relación a Borelli y Huygens, es significativo porque en lugar de considerar el movimiento curvo (circular) como el resultado de un equilibrio entre fuerza centrífuga y gravedad (entendida, esta última, bien como tendencia –Borelli–, bien como presión –Huygens– hacia el centro), usa los conceptos de inercia rectilínea y fuerza atractiva de dirección central. Serán éstas las ideas que sugerirá a Newton en una carta que le dirige el 24 de noviembre de 1679 invitándole a discutir «una hipótesis u opinión mía [...] consistente en componer los movimientos celestes de los planetas [a base] de un movimiento directo por la tangente y un movimiento atractivo hacia el cuerpo central», y será esta carta sobre la que se articulará el entramado de una agria polémica sobre prioridades.

Parece claro que Hooke se hallaba en el buen camino, como ponen de manifiesto no sólo el tipo de preguntas que dirige a Newton sino con mayor nitidez las suposiciones que ha esbozado en una conferencia pronunciada en la Royal Society en 1670. Estas suposiciones son:

- Todos los cuerpos celestes, sin excepción, poseen una capacidad de atracción hacia su propio centro y por ella atraen no sólo a las propias partes de las que están hechos –trasciende así las concepciones que había articulado, entre otros, Copérnico– sino también a todos los objetos que se encuentran en la zona de su influencia.
- Los cuerpos cumplen la ley de inercia y prosiguen su movimiento rectilíneo uniforme si no existe una fuerza que les obligue a curvar su trayectoria.
- La acción de la fuerza atractiva disminuye con la distancia en una proporción que exige ser calculada y que él no conoce.

También es cierto que no fue capaz de pasar del estadio de hipótesis al de una teoría articulada, entre otras razones por su insuficiente dominio de las matemáticas. Esta tarea la llevará a cabo Newton en los *Principia*.

III. El Sistema del Mundo newtoniano: los *Principia*

El recorrido que hemos efectuado nos permite entender cuál era la situación con la que se encontró Newton y, al mismo tiempo, identificar a los gigantes⁴ a los que se refiere su famosa y tantas veces repetida afirmación: «Si he visto más lejos ha sido porque me he aupado a hombros de gigantes.» (*Carta a Robert Hooke*, 5 de febrero de 1676). ¿Qué vio el sabio inglés? La percepción que sobre el modo de acercarse a la filosofía natural, es decir,

⁴ La obra de estos había permitido por un lado, elegir un sistema de referencia adecuado (Copérnico) desde el que reorganizar las observaciones y describir con precisión el movimiento de los planetas (Kepler), y, por otro, iniciar la construcción de una nueva física de raíz atomista y de expresión matemática (Galileo) y formular con claridad el principio de inercia (Descartes).

sobre el método científico, se tiene en los tiempos de Newton aparece reflejada en el Prefacio que Roger Cotes escribió para la edición de los *Principia*⁵:

«Los que han abordado la filosofía natural pueden reducirse a tres clases aproximadamente. De entre ellos, algunos [los escolásticos, herederos de Aristóteles y los peripatéticos] han atribuido a las diversas especies de cosas cualidades ocultas y específicas, de acuerdo con lo cual se supone que los fenómenos de cuerpos particulares proceden de alguna manera desconocida. Estos autores afirman que los diversos efectos de los cuerpos surgen de las naturalezas particulares de esos cuerpos. Pero no nos dicen de donde provienen esas naturalezas y, por consiguiente, no nos dicen nada. Como toda su preocupación se centra en dar nombres a las cosas, en vez de buscar en las cosas mismas, podemos decir que han inventado un modo filosófico de hablar, pero no que hayan dado a conocer una verdadera filosofía.»

«Otros [se refiere inequívocamente a los cartesianos] han intentado aplicar sus esfuerzos mejor, rechazando ese fárrago inútil de palabras. Suponen que toda materia es homogénea, y que la variedad de formas percibida en los cuerpos surge de algunas afecciones muy sencillas y simples de sus partículas componentes. Y procediendo de las cosas sencillas a las más compuestas toman con certeza un buen camino, siempre que no atribuyan a esas afecciones ningún modo distinto al atribuido por la propia Naturaleza. Pero cuando se toman la libertad de imaginar arbitrariamente figuras y magnitudes desconocidas, situaciones inciertas y movimientos de las partes, suponiendo además fluidos ocultos capaces de penetrar libremente por los poros de los cuerpos, dotados de una sutileza omnipotente y agitados por movimientos ocultos, caen en sueños y quimeras despreciando la verdadera constitución de las cosas, que desde luego no podrá deducirse de conjeturas falaces cuando apenas si logramos alcanzarla con comprobadísimas observaciones. Los que parten de hipótesis, como primeros principios de sus especulaciones –aunque luego procedan con la mayor precisión a partir de esos principios– pueden desde luego componer una fábula ingeniosa, pero no dejará de ser una fábula.»

«Queda entonces la tercera clase, que se aprovecha de la filosofía experimental. Estos pensadores deducen las causas de todas las cosas de los principios más simples posibles, pero no asumen como principio nada que no esté probado por los fenómenos. No inventan hipótesis, ni las admiten en filosofía, sino como cuestiones cuya verdad puede ser disputada. Proceden así siguiendo un método doble, analítico y sintético. A partir de algunos fenómenos seleccionados deducen, por análisis, las fuerzas de la naturaleza y las leyes más simples de las fuerzas; y desde allí, por síntesis, muestran la constitución del resto. Ese es el modo de filosofar, incomparablemente mejor, que nuestro célebre autor ha abrazado con toda justicia prefiriéndolo a todo el resto, por considerarlo el único merecedor de ser cultivado y adornado por sus excelentes trabajos. Y del mismo nos ha proporcionado un ejemplo ilustrísimo mediante la

⁵ La génesis de los *Principia* ha sido objeto de la atención de numerosos autores y contada en múltiples ocasiones, por lo que remitimos a quien quiera conocer esta apasionante historia a la obra: WESTFALL, R. S., *Never at rest*, Cambridge, 1993.

explicación del Sistema del Mundo, deducida felicísimamente de la teoría gravitatoria. Otros sospecharon o imaginaron antes que el atributo de la gravedad se encontraba en todos los cuerpos, pero él ha sido el primer y único filósofo que pudo demostrarlo a partir de lo aparente, convirtiéndolo en un sólido cimiento para las especulaciones más nobles.»



Es en los *Principia* donde Newton aplica el método antes reseñado y al contenido de este tratado vamos a dedicar el resto de la exposición. La amplitud del tema nos obligará a prescindir de muchos detalles y aspectos⁶, y a centrarnos en el camino que va desde el tratamiento matemático de las fuerzas centrípetas hasta la identificación física de éstas, primero como fuerzas atractivas y luego como fuerzas de atracción gravitatoria. Será entonces cuando podrá afirmarse que las dos preguntas, aparentemente distintas, que habían traído de cabeza a una pléyade de filósofos naturales –¿qué mueve a los planetas?, ¿qué mueve a los proyectiles?– tienen una respuesta única, una causa común: la atracción gravitatoria. Tierra y cielos aparecerán unificados, descritos por las mismas leyes.

Desde el Prefacio a la primera edición Newton enuncia cuál va a ser el núcleo de su trabajo:

«En este sentido, la mecánica racional será la ciencia de los movimientos resultantes de cualesquiera fuerzas, y de las fuerzas requeridas para producir cualesquiera movimientos, propuestas y demostradas con exactitud.»

Sintetiza en este enunciado explícito los que, más tarde, se conocerán como problemas directo e inverso de la mecánica:

⁶ No analizaremos el Libro II que se ocupa del movimiento de los cuerpos en medios resistentes y que en la perspectiva de la articulación de un nuevo sistema del Mundo puede leerse como una refutación del sistema cosmológico cartesiano.

- Problema directo: Dadas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, obtener el movimiento que resulta.
- Problema inverso: Dado el movimiento de un cuerpo, obtener las fuerzas responsables de ese movimiento.

Estos dos problemas que los alumnos aprenden a resolver en cualquier curso de mecánica están, por otra parte, íntimamente relacionados con las dos operaciones centrales del cálculo infinitesimal: la integración y la derivación⁷. Más adelante prosigue Newton en estos términos:

«Ofrezco esta obra como principios matemáticos de la filosofía [es obvio que en el sentido de ciencias de la naturaleza], pues toda la dificultad de la filosofía parece consistir en pasar de los fenómenos de movimiento a la investigación de las fuerzas de la Naturaleza, y luego demostrar los otros fenómenos a partir de esas fuerzas; a ello se dirigen las proposiciones generales de los dos primeros libros. En el tercero proporciono un ejemplo de esto en la explicación del Sistema del Mundo; pues mediante las proposiciones matemáticamente demostradas en los libros precedentes, deduzco, en el tercero, de los fenómenos celestes, las fuerzas de gravedad con las que los cuerpos tienden hacia el Sol y los diversos planetas. Luego, a partir de esas fuerzas, mediante otras proposiciones igualmente matemáticas, deduzco los movimientos de los planetas, los cometas, la luna y el mar.»

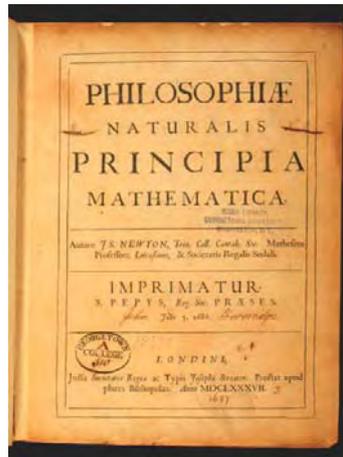
La cita continúa con lo que dará en llamarse más tarde *Programa de Newton*. En él se define un vasto, pero nítido, programa de investigación cuyo objetivo último es desentrañar las claves del universo, cuestión ésta que para Newton permanece abierta:

«Me gustaría que pudiésemos deducir el resto de los fenómenos de la Naturaleza siguiendo el mismo tipo de razonamiento a partir de principios mecánicos. En efecto, muchas razones me inducen a sospechar que todos ellos pueden depender de ciertas fuerzas de cuya virtud las partículas de los cuerpos –por causas hasta hoy desconocidas– se ven mutuamente impelidas unas hacia otras y se unen en figuras regulares, o son repelidas y se alejan unas de otras. Siendo desconocidas estas fuerzas, los filósofos han investigado en vano la Naturaleza hasta hoy; pero espero que los principios aquí expuestos arrojarán cierta luz sobre este método de filosofar, o sobre alguno más veraz.»

Quizás la propuesta era, entonces, prematura –aunque el mismo Newton la aplicó, en la Proposición XXIII del libro II, a una incipiente teoría cinética de los gases⁸– pero no cabe la menor duda de que resultó acertada y enormemente productiva.

⁷ En efecto, en el primer caso, problema directo, la ecuación fundamental de la dinámica $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ nos permite, conocidas las fuerzas, obtener la aceleración \mathbf{a} y, a partir de ella, por un proceso de integración sucesiva, primero \mathbf{v} y luego \mathbf{r} . En el segundo caso, problema inverso, lo conocido es \mathbf{r} , de forma que ahora son \mathbf{v} y \mathbf{a} las que se obtienen por derivaciones sucesivas para, luego, a partir de esta última obtener \mathbf{F} .

⁸ El texto de la Proposición es: «Si un fluido está compuesto por partículas que huyen unas de otras y la densidad es como la compresión, las fuerzas centrífugas de las partículas serán inversamente proporcionales a las distancias de sus centros y, a la inversa, las partículas que huyen unas de otras, con



La obra magna de Newton consta de tres libros. En el primero se estudia el movimiento de los cuerpos en el vacío y puede ser conceptualizado como un tratado de mecánica racional en el sentido que más arriba, y en sus propias palabras, hemos indicado. Su acercamiento a los problemas del movimiento es altamente idealizado, cercano en gran medida a un texto matemático: los objetos móviles son puntos materiales sin dimensiones sobre los que, en primera instancia, se ejercen acciones centrípetas hacia un *centro inmóvil*, bien sobre un solo objeto o bien sobre un conjunto de ellos, y de este estudio concluye que todo cuerpo sometido a una fuerza centrípeta que varía como el inverso del cuadrado de la distancia cumple las tres leyes de Kepler. La introducción de la ley de acción y reacción le obliga a sustituir el *centro de fuerza* por otro punto material y a considerar el problema del movimiento de dos cuerpos en interacción mutua. La fuerza centrípeta cede paso a las fuerzas de atracción mutua y el estudio se hace más complejo aunque aun resulte abordable, situación que ya no se da al introducir un cuerpo adicional⁹.

En el segundo se analizan los efectos producidos por medios resistentes y es, en cierta medida, una primera y novedosa aproximación a la hidrodinámica que tiene como pretensión última refutar, vía tratamiento matemático, a Descartes.

En el tercero, finalmente, se construye, basándose en los resultados previos, un nuevo Sistema del Mundo. Este texto puede ser catalogado como un trabajo de mecánica celeste donde el modelo utilizado para describir los objetos móviles se hace más real, resulta, pues, más físico y a su término la fuerza de atracción mutua acabará asimilándose a una fuerza de persistente acción en el ámbito de nuestro cercano mundo de experiencias llamada gravedad. En este libro va a hacer un uso intensivo tanto de las observaciones astronómicas como de las experiencias mecánicas asociadas a la caída de graves.

fuerzas inversamente proporcionales a las distancias de sus centros, componen un fluido elástico cuya densidad es como la compresión.»

⁹ En efecto, en el caso de dos cuerpos ambos describen elipses en torno a su centro de gravedad; para tres o más cuerpos las perturbaciones mutuas hacen el problema intratable matemáticamente, las órbitas dejan de ser estrictamente elípticas y cesan de cumplirse las leyes de Kepler.

La tarea que se propone es, sin duda, ingente porque para darle cima necesita construir una nueva ciencia –la dinámica– sumida hasta entonces en una enorme confusión. Se abre el tratado, en la más pura ortodoxia del método hipotético-deductivo con un conjunto de definiciones terminológicas, de bastante calado, que van desde las de masa y cantidad de movimiento hasta las de espacio y tiempo. A esta introducción le sigue un apartado en el que se explicitan las leyes o axiomas del movimiento, soporte sobre el que construirá el entramado de su edificio, al que siguen seis corolarios.

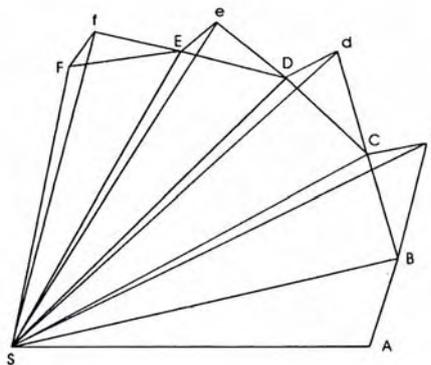
Ley primera: «Todo cuerpo persevera en su estado de reposo o de movimiento uniforme en línea recta, salvo que se vea forzado a cambiar ese estado por fuerzas impresas.»

Ley segunda: «El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa y se hace en la dirección de la línea recta en la que se imprime esa fuerza.»

Ley tercera: «Para toda acción hay siempre una reacción opuesta e igual. Las acciones recíprocas de dos cuerpos entre sí son siempre iguales y dirigidas hacia partes contrarias.»

Aparecen enunciados con claridad el principio o ley de inercia, la conexión entre fuerza, o con más exactitud impulso, y cambio de movimiento –más tarde conocida como ley fundamental de la dinámica– y el principio de acción-reacción. La lectura del tratado muestra la importancia que juegan las denominadas leyes de Kepler en la articulación de su sistema del mundo pero, como ha puesto de manifiesto con claridad I. Bernard Cohen¹⁰, bajo ningún concepto Newton «dedujo la ley de gravitación a partir de ellas.» Por la importancia que con posterioridad va a adquirir enunciamos la Proposición I:

«Las áreas que los cuerpos en revolución describen mediante radios trazados hasta un centro de fuerzas inmóvil se encuentran en los mismos planos inmóviles y son proporcionales a los tiempos en los que se describen.»



¹⁰ «La clarificación del papel exacto desempeñado por las tres leyes keplerianas sobre el movimiento planetario en el pensamiento de Newton sobre los movimientos celestes, mostrará las sucesivas etapas por las que pasó Newton y las transformaciones que le condujeron a la generalización de una fuerza universal de gravedad, desvelando también cómo es que el último paso entrañaba una transformación racional radical de las leyes de Kepler». COHEN, I. BERNARD, *La revolución newtoniana y la transformación de las ideas científicas*, Alianza Universidad, Madrid, 1983.

En esta proposición, que Newton sólo incorporó al texto final de los *Principia* tras una profunda depuración de sus ideas previas –claramente influidas por sus predecesores– y bajo el estímulo de la invitación de Hooke a la que nos hemos referido anteriormente, se prueba que un objeto puntual sometido a la acción de una serie de impulsos centrípetos cumple la segunda ley de Kepler. Su ubicación preferente en el conjunto del libro muestra el rango que Newton le concede y explica el papel que desde entonces jugará –igualando al que ya disfrutaban las otras dos leyes– en la presentación de los sistemas astronómicos.

De las proposiciones que aparecen en los *Principia* hay algunas de especial relevancia por la significación que tienen en el proceso de obtención de la ley de gravitación universal y en ellas vamos a centrarnos. Una de ellas es la Proposición XI, en la que Newton, en cierto modo, se hace eco de la pregunta que Halley le hizo en 1684: «¿Cuál es la curva que describirían los planetas suponiendo que la fuerza de atracción hacia el Sol variara con el inverso del cuadrado de la distancia que los separa?». El texto de la proposición-problema reza así: «Si un cuerpo gira en una elipse: encuéntrese la ley de la fuerza centrípeta que tiende hacia el foco de la elipse».

Las proposiciones que hemos analizado van suministrando pistas sobre la naturaleza de la fuerza: la primera de ellas muestra que la ley de las áreas exige una fuerza central y la segunda que la forma de las órbitas obliga a una dependencia con la distancia de la forma $1/r^2$. De cualquier modo, en ambas se plantea el problema en términos estrictamente matemáticos sin que se haya hecho intervenir ninguna ley de atracción entre cuerpos¹¹. Así lo reconoce el mismo Newton quien abre el libro III en estos términos:

«En los libros precedentes he puesto los fundamentos de los principios de la filosofía; principios no filosóficos sino matemáticos, a partir de los cuales tal vez se pueda disputar sobre asuntos filosóficos. Tales son las leyes y condiciones de los movimientos y las fuerzas, que en gran medida atañen a la filosofía. [...] Nos falta mostrar, a partir de estos mismos principios, la constitución del sistema del mundo.»

Los protagonistas de este libro pasan a ser los objetos reales, extensos, que constituyen el Sistema Solar y la trama del relato tiene como argumento la conversión de la fuerza de atracción en fuerza de atracción gravitatoria. Se alcanza así un final feliz y cielo y Tierra acaban unificados al ser descritos por una única física.

La existencia de una ley general de atracción entre los cuerpos requerirá varios pasos que tienen como soporte, por un lado, al afianzamiento de la convicción de la naturaleza similar de todos los objetos del Universo –convicción ésta que procuraba la influyente visión atomista– y, por otro, al hecho de que la atracción entre cuerpos resultara no depender de la naturaleza, de las cualidades distintas, de la materia sino de su cantidad, de la masa; avalaba esta idea el extraño comportamiento de los cuerpos en caída libre así como la igualdad de los periodos de oscilación de diferente material pero idéntica masa. A ello

¹¹ Haciendo uso de la terminología moderna la expresión de la fuerza desde el centro inmóvil resulta ser de la forma $\mathbf{F} \cong (1/r^2) \mathbf{u}_r$.

hay que añadir las implicaciones que se infieren del cumplimiento de la ley de acción y reacción que exige un tratamiento similar para los dos (o más) cuerpos interactuantes.

De importancia fundamental para transformar el tratamiento matemático –de centros de fuerza o de puntos materiales– en un problema físico –de cuerpos extensos– resultará la Proposición LXXI:

«Suponiendo las mismas cosas [que hacia cada punto de una superficie esférica tienden fuerzas centrípetas que decrecen como el cuadrado de las distancias desde esos puntos], afirmo que un corpúsculo situado fuera de la superficie esférica es atraído hacia el centro de la esfera con una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de su distancia al centro.»

De acuerdo con este resultado es posible extender a los cuerpos extensos de forma esférica los teoremas y proposiciones obtenidos para puntos materiales. En el proceso de elaboración de los *Principia*, y muy en particular en la del Libro III, Newton hace un uso intensivo de las observaciones astronómicas que, entre otros, le suministra el astrónomo real Flamsteed¹². En estos términos se dirige a él en una ocasión: «Su información acerca de los satélites de Júpiter me produce una gran satisfacción, y más adelante añade: Intento determinar las trayectorias descritas por los cometas de 1664 y 1680 de acuerdo con los principios de movimiento observados por los planetas.» Esta información que solicita, atestigua que en el proceso de análisis se va perfilando no sólo la convicción de que existe una ley de atracción que varía con el inverso del cuadrado de la distancia al objeto central sino que, además, esa ley de atracción es universal y está relacionada con la fuerza que ha venido denominándose *gravedad*. La lectura de las proposiciones III y IV del libro que estamos comentando es especialmente significativa en este proceso de tránsito. Así reza la Proposición III:

«La fuerza con la que la Luna es retenida en su órbita se dirige hacia la Tierra y es inversamente como el cuadrado de la distancia de los lugares al centro de la Tierra.»

Y así la Proposición IV:

«La Luna gravita hacia la Tierra y es continuamente desviada del movimiento rectilíneo y retenida en su órbita por la fuerza de la gravedad.»

Entre una y otra Newton da el *gran paso* atreviéndose a identificar lo que es una simple fuerza de atracción central, cuya dependencia con la distancia es ya conocida, con otra, la gravedad, que tiene nombre y apellidos. Conecta, así, las dos preguntas que habían sido objeto, hasta entonces, de especulaciones y respuestas múltiples.

Para establecer esta identificación Newton hace uso de lo que se ha dado en llamar *la prueba de la Luna*; prueba que consiste en calcular cuál sería la *caída* de este satélite hacia

¹² Estos datos los incorpora, en los inicios del Libro III, bajo el apartado general de *Fenómenos* y a partir de ellos identifica las fuerzas ejercidas entre ellos a las fuerzas atractivas que ha estudiado en los libros precedentes –más en concreto en el Libro I–, de las que conoce su centralidad y su dependencia con el inverso del cuadrado de la distancia.

la Tierra, respecto a su trayectoria rectilínea por la tangente, si se admitiese que la gravedad, como así sucede, varía en razón inversa con el cuadrado de la distancia¹³.

La aplicación de sus «Reglas para filosofar» –Regla Primera: «No debemos, para las cosas naturales, admitir más causas que las verdaderas y suficientes para explicar sus fenómenos» y Regla Segunda: «Por consiguiente, debemos asignar tanto como sea posible a los mismos efectos las mismas causas»– le permite extrapolar este resultado al resto de los subsistemas planeta-satélite, así como al sistema solar en su conjunto. La gravitación deviene, pues, universal. En las proposiciones siguientes Newton acaba de perfilar la forma final de esta fuerza de interacción mutua entre cuerpos.

Proposición VI:

«Que todos los cuerpos gravitan hacia todos los planetas, y que los pesos de los cuerpos hacia cualquier planeta, a distancias iguales del centro del planeta, son proporcionales a las cantidades de materia que respectivamente contienen.»

Proposición VII:

«Que el poder de la gravedad pertenece a todo cuerpo en proporción a la cantidad de materia que cada uno contiene.»

Expresado de forma concisa:

$$\vec{F}_{MM'} = G \frac{MM'}{r^2} \vec{u}_r$$

Las masas que aparecen en la expresión anterior recibirán el nombre de *masa gravitacional* y están relacionadas con su capacidad para generar fuerza; son, pues, conceptualmente distintas a la masa que aparece en la llamada *ley fundamental de la Dinámica* que, conocida como *masa inercial*, esta relacionada con la resistencia a los cambios de movimiento bajo la acción de las fuerzas. Ambas, no obstante, resultan tener el mismo valor como pone de manifiesto, por ejemplo, el hecho de que todos los cuerpos graves caigan con idéntica aceleración. La potencia intelectual de Newton resultaría insuficiente para resolver el enigma que esta igualdad supone. La teoría general de la Relatividad se enfrentaría, siglos después, a este desafío. Pero esa es otra historia.

¹³ Rescata así un cálculo que ya había realizado en 1666 y que se saldó entonces con un resultado erróneo. Las causas de ese error son atribuibles tanto a la utilización de valores incorrectos para el radio de la Tierra como al desconocimiento del comportamiento gravitacional de los cuerpos extensos, hecho, este último, que le impidió usar, sin ningún género de dudas, como distancia Tierra-Luna la que existe entre los centros de ambas esferas.